Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti

Mestrado em Ensino do 1º e do 2º ciclo do Ensino Básico

Triângulos e paralelogramos no 2º ciclo: Aprendendo com tecnologia

Relatório de Estágio apresentado à Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti para obtenção de grau de Mestre em Ensino do 1º e 2º ciclo do Ensino Básico

Marília Gouveia Carneiro de Sousa

Por orientação do Mestre Rui João Teles da Silva Ramalho

Porto

Junho, 2016

Índice

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer aos professores que me acompanharam, auxiliaram e contribuíram para que eu fosse uma melhor profissional, tanto durante o mestrado como a licenciatura. Em especial ao meu orientador da tese, o professor Rui Ramalho, a quem agradeço todos os conselhos e sabedoria partilhados comigo e toda a disponibilidade demonstrada.

Um obrigado muito especial à Instituição de ensino privado que me deu a oportunidade de estagiar no 2º ciclo do Ensino Básico e onde pude colocar em prática a investigação que aqui apresento. Direciono o meu agradecimento em especial à Direção do Colégio e à Coordenadora do 2º ciclo.

À professora cooperante de Matemática que se mostrou totalmente disponível e foi incansável durante todo o estágio.

Aos alunos da turma A do 5º ano de escolaridade, pois sem eles não teria sido possível realizar este estudo.

À minha família que me apoiou durante todo este meu trajeto e me deu forças para continuar, especialmente à minha irmã.

Aos meus amigos que compreenderam as minhas ausências.

Resumo

As mudanças na sociedade implicaram que as tecnologias digitais se tornassem cada vez mais acessíveis e fossem parte integrante da vida dos seus cidadãos, quer a nível de trabalho quer de lazer, assim talvez os professores devessem pensar como podem integrar a tecnologia nas suas aulas. Neste contexto, um novo referencial teórico para a integração da tecnologia no ensino pelos professores apareceu, o TPACK ou conhecimento pedagógico, tecnológico do conteúdo.

A generalização da utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) no ensino da matemática provoca mudanças que exigem abordagens complexas e integradoras.

Esta investigação teve como principal objetivo estudar o impacto que a utilização das tecnologias, e mais concretamente do *Geogebra*, tem na aprendizagem de conteúdos do domínio geometria e medida em estudantes do 5º ano de escolaridade e perceber a motivação dos estudantes na utilização desta metodologia.

Para isso, recorreu-se à avaliação das respostas a questões de fichas de trabalho e do teste de avaliação, à análise de um questionário distribuído aos estudantes no final do período de intervenção pedagógica e a uma entrevista semiestruturada realizada à professora cooperante no final do estágio.

Através da análise quantitativa e qualitativa dos dados recolhidos verificou-se que a maioria dos estudantes sentiu-se mais motivada ao realizar atividades que envolviam o *Geogebra* e conseguiu compreender melhor os conteúdos matemáticos. A avaliação das aprendizagens foi igualmente muito positiva, permitindo constatar que houve consolidação dos conhecimentos. A opinião da professora cooperante foi no mesmo sentido, referindo que várias foram as vezes que os estudantes fizeram referência às aulas com as tecnologias quando questionados acerca dos conteúdos com elas abordados, demonstrando assim a importância destes momentos na sua aprendizagem.

Deste estudo obteve-se, assim, a constatação de que a integração das tecnologias nas práticas pedagógicas é uma mais-valia no processo de ensino e aprendizagem.

Abstract

As time shifted and digital technologies became more accessible and incorporated into citizens' work and play, teachers should think about how they can incorporate technology in the classroom.

In this context a new framework for teacher knowledge for technology integration appear, the TPACK or technology, pedagogy, and content knowledge.

This research aimed to study the impact that the use of technology, and more specifically the Geogebra has in motivating students from 5th grade as well as in their learning domain content of geometry and measure.

For this purpose, we used the evaluation of students' answers to worksheets' questions and assessment test, the analysis of a questionnaire distributed to students at the end of pedagogical intervention period and a half-structured interview to the teacher also at the end of the stage.

Through quantitative and qualitative analysis of the collected data the conclusion was that most students felt more motivated to carry out activities which involved Geogebra and could better understand mathematical contents. The assessment of learning was also very positive, allowing to conclude that there was consolidation of knowledge. The opinion of the cooperating teacher was similar, noting that when asked about the classes' contents the students several times referred to classes using technologies, thus demonstrating the importance of these moments in their learning process.

From this study it is possible to conclude that the integration of technologies in teaching practices is an asset in the process of teaching and learning.

Lista de Acrónimos e Siglas

ADGD - Ambientes Dinâmicos de Geometria Dinâmica

AMTE - *Association of Mathematics Teachers Educators*

CAS – *Computer Algebra System*

DGS – *Dynamic Geometry Software*

ISTE - *International Society for Technology in Education*

NCTM – *National Council of Teachers of Mathematics*

PCK – *Pedagogical Content Knowledge*

SPSS - *Statistical Package for Social Sciences*

TCK – *Tecnological Content Knowledge*

TIC – Tecnologias de Informação e Comunicação

TPACK – *Tecnological Pedagogical Content Knowledge*

TPK – *Tecnological Pedagogical Knowledge*

Índice de Figuras

Índice de Tabelas

Introdução

O ensino da Matemática deve procurar atualmente novos métodos de ensino e estratégias, de modo a dar resposta às alterações da sociedade e, consequentemente, àquilo que elas incutem na vida dos estudantes.

No contexto de um mundo em que o desenvolvimento das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) não para, é necessário que os professores repensem as suas práticas pedagógicas, de modo às tecnologias serem integradas (Rocha, Mota & Coutinho, 2011).

Esta tem sido, de resto, uma questão recorrente nas políticas educativas nacionais e internacionais, refletindo a necessidade de renovar o sistema de ensino para que este responda aos múltiplos desafios que a sociedade de informação impõe (Rocha, Mota, Coutinho, 2011). No relatório publicado na Sociedade Internacional para a Tecnologia na Educação (ISTE), em 2008, recomenda-se que os professores se tornem criadores de experiências pedagógicas que envolvam o uso das tecnologias e que aprendam e ensinam com elas (Rocha, Mota & Coutinho, 2011).

Deste modo, o recurso às Tecnologias no ensino da Matemática deve ser uma opção considerada pelos professores.

Contudo, ensinar com recurso à tecnologia não é uma tarefa fácil. A partir das diversas investigações realizadas acerca da integração das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem concluiu-se que as metodologias usadas pelos professores deviam ser repensadas, uma vez que, para além de não se registarem melhorias no desempenho escolar dos alunos, os professores não se sentiam confortáveis com o uso destas tecnologias e os recursos nas escolas eram escassos (Culp, Honey & Mandinach, 2003, citados por Sampaio & Coutinho, 2013).

Em Portugal, através de políticas desenvolvidas nos últimos trinta anos, as escolas têm-se equipado a nível tecnológico. Há computadores disponíveis com acesso à internet, existem quadros interativos e projetores de vídeo, e até mesmo os professores tiveram formação para melhorar as suas competências tecnológicas (Sampaio & Coutinho, 2013).

No entanto, tal como questionam Sampaio e Coutinho (2013), terá ocorrido verdadeiramente uma mudança de paradigma? E estarão os professores realmente habilitados e conscientes de como devem integrar as Tecnologias de Informação e Comunicação nas suas práticas educativas?

Neste sentido, é fundamental refletir sobre o modo como as TIC devem ser integradas no processo de ensino e aprendizagem, com a consciência de que a sua utilização deve diferir consoante a disciplina, os conteúdos, os objetivos definidos e o contexto educativo (Sampaio & Coutinho, 2013).

Apela-se, assim, a que o professor possua um conhecimento científico sólido dos conteúdos da sua disciplina; domine a pedagogia, reconhecendo quais as estratégias de ensino e aprendizagem adequadas a cada situação; e conheça a tecnologia que tem ao seu dispor, integrando estes três conhecimentos na preparação das aulas (Sampaio & Coutinho, 2013).

No caso da Geometria, vários autores (Bravo, 2010; NCTM, 2008; Gutiérrez, 2005, citados por Silveira & Cabrita, 2013) recomendam que a sua aprendizagem deve ser feita através do uso de Ambientes Dinâmicos de Geometria Dinâmica (ADGD). Gutiérrez (2005, citado por Silveira & Cabrita, 2013) e Lagrange (2009, citado por Silveira & Cabrita, 2013) referem que a criação dos Ambientes Dinâmicos de Geometria Dinâmica conduziu a um novo e inovador paradigma de aprendizagem da Geometria, assente na visualização, na interatividade e na interação.

O *Geogebra* é, assim, um dos *software*s que pode ser utilizado num contexto de ensino da Geometria em ADGD e sobre o qual recaiu o estudo neste trabalho. Em particular, por ser predominantemente construtivista, este programa permite que os alunos visualizem, explorem, conjeturem, validem, compreendam e comuniquem os conceitos geométricos de uma forma interativa e atrativa (Silveira & Cabrita, 2013).

Com esta investigação estudamos qual o impacto da utilização do *Geogebra* nas aprendizagens dos estudantes e no seu envolvimento nas aulas. Sendo o principal objetivo perceber se, tal como afirmam os diversos estudos, também estes estudantes se sentiam mais motivados ao serem utilizadas Tecnologias nas aulas de matemática, se o seu uso facilitava a compreensão de determinados conteúdos, e se proporciona melhores resultados de aprendizagem. Deste modo, os conteúdos matemáticos do domínio da geometria foram abordados neste *software*.

Para isso recorremos a uma análise maioritariamente quantitativa, mas também qualitativa, de dados recolhidos através de fichas de trabalho, de testes de avaliação e de questionários realizados aos estudantes e de uma entrevista efetuada à professora cooperante.

Na organização deste trabalho procedemos a uma revisão bibliográfica sobre o tema, no capítulo I, focando-se no modelo TPACK. De seguida, justificam-se as opções metodológicas, referindo-se o contexto da investigação, quais os procedimentos adotados, quais os participantes no estudo, que instrumentos e técnicas foram utilizadas e apresentando um cronograma da investigação. Posteriormente, no capítulo III apresentam-se os resultados recolhidos durante a intervenção educativa e a sua análise crítica, nomeadamente os dados das fichas de trabalho da Desigualdade Triangular e da relação que se estabelece nos triângulos entre a amplitude dos ângulos e o comprimento dos lados, e vice-versa; os resultados das questões do teste de avaliação referentes aos conteúdos que foram abordadas com o *Geogebra*; as respostas dos estudantes ao inquérito por questionário realizado; e os dados recolhidos através da entrevista semiestruturada efetuada à professora cooperante.

Por fim, apresentamos as considerações finais relativas a este trabalho, comparando os objetivos da investigação com os resultados obtidos e referindo as limitações com que nos deparamos ao longo deste estudo. Apresentamos também algumas sugestões de futuras investigações.

Capítulo 1 – Revisão bibliográfica do tema

1.1 TPACK – Conhecimento pedagógico, tecnológico do conteúdo

O modelo TPACK é um referencial teórico desenvolvido por Mishra e Koehler (2006) e por Koehler e Mishra (2008), e baseado no modelo Schulman's (1986,1987), que defende que a tecnologia deve ser inserida no processo de ensino e aprendizagem através de um conhecimento científico, pedagógico e tecnológico do conteúdo (Koehler & Mishra, 2009).

Tal como já foi referido anteriormente, vivemos numa sociedade de informação, onde a tecnologia ocupa um espaço primordial. Assim, para além do conhecimento científico sobre a disciplina, as aulas preparadas pelos professores de Matemática devem ser tecnológica e pedagogicamente ricas, de forma a estimular o interesse dos alunos e acompanhar o quotidiano da sociedade de conhecimento em que estamos inseridos (Sampaio & Coutinho, 2014).

Sampaio e Coutinho (2014, p.2) referem que a tecnologia utilizada ao serviço do ensino e da aprendizagem da matemática pode possibilitar a facilitação da descoberta e da compreensão de conexões, através de atividades que estabeleçam representações diferentes do mesmo objeto matemático.

Contudo, a tecnologia por si só não garante que haja uma melhor compreensão dos conceitos e conteúdos matemáticos por parte do aluno. Ela tem que ser utilizada nas aulas com um princípio, meio e fim, tendo em atenção os objetivos específicos, os conceitos matemáticos a explorar e o contexto em que se insere. Se for utilizada nestes moldes, então aí sim, ela poderá trazer benefícios para o processo de ensino (Sampaio & Coutinho, 2014).

É, pois, imprescindível que os professores conheçam a tecnologia que têm à sua disposição, que saibam como é que ela se adequa aos diferentes conteúdos e que a integrem da melhor forma no contexto pedagógico. Isto é, "para se ensinar Matemática, torna-se necessária uma compreensão profunda da Matemática (conteúdo), do processo de ensino/aprendizagem (pedagogia) e da tecnologia" (Sampaio & Coutinho, 2014, p.3). Só quando os professores têm um conhecimento destas três dimensões é que as conseguem integrar, pensando nelas em simultâneo, e equacionando a melhor forma de tornarem os conceitos matemáticos compreensíveis aos alunos (Niess, 2006, citado por Sampaio & Coutinho, 2014).

Assim, Mishra e Koehler (2006) propuseram um referencial teórico para o uso da tecnologia integrado num conhecimento pedagógico do conteúdo, o TPACK, e designa-se de conhecimento pedagógico, tecnológico do conteúdo.

Tal como já foi referido, este modelo desenvolveu-se a partir do referencial PCK – conhecimento do conteúdo pedagógico - proposto por Shulman (1986, citado por Mishra & Koehler, 2006). De acordo com este autor, o conhecimento científico e pedagógico dos professores eram tratados até então como domínios mutuamente exclusivos. Para ultrapassar esta dicotomia Shulman defendeu que se tinha de estabelecer necessariamente uma relação entre os dois domínios, introduzindo a noção de PCK (Mishra & Koehler, 2006).

Possuir conhecimento científico e pedagógico não era considerado suficiente para se ser um bom professor. Era necessário que os dois domínios fossem encarados simultaneamente, o Conhecimento de Conteúdo Pedagógico devia ser visto como o conhecimento do conteúdo que lida com o processo de ensino e aprendizagem, incluindo formas de pensar representar e formular o conteúdo de modo a torna-lo compreensível para os outros. De uma forma sucinta, pode-se entender o modelo PCK como a maneira como o conteúdo científico é transformado para o ensino (Mishra & Koehler, 2006).

Assim, um professor de matemática não seria bom se apenas conhecesse a parte científica dos conteúdos a lecionar. Se ele não fosse capaz de os tornar compreensíveis aos alunos, isto é, se não dominasse a pedagogia, não seria um bom profissional. Do mesmo modo, um professor que utilizasse as estratégias de ensino/aprendizagem mais indicadas a determinado contexto e conteúdo, se não estivesse seguro dos conceitos matemáticos, também não seria um bom professor.

No entanto, como mais recentemente apareceu uma terceira dimensão, a tecnologia, com ela desenvolveu-se o referencial teórico TPACK.

De acordo com Mishra e Koehler (2006), a tecnologia em educação era vista como um conjunto separado de saberes que tinha de ser aprendida, mas a relação entre ela e os conhecimentos científicos e pedagógicos era inexistente ou considerada de menor importância para ser implementada nos processos de ensino e aprendizagem. Deste modo, as relações entre conteúdo (aquilo que deve ser aprendido e ensinado), pedagogia (as estratégias e os métodos de ensino e aprendizagem) e tecnologia não eram articuladas e integradas (Mishra & Koehler, 2006).

Em contraste com o modo de exibição simples de tecnologia, surge então o modelo proposto por Mishra e Koehler (2006) que enfatiza as conexões, interações, e restrições entre conteúdo, pedagogia e tecnologia. Neste modelo, o conhecimento destes três domínios. No entanto, ao invés de tratar estes como corpos separados do conhecimento, este modelo além disso realça a complexa interação destes três corpos de conhecimento.

O modelo TPACK considera que uma completa e vantajosa integração da tecnologia nas práticas letivas dos professores depende da relação que o professor é capaz de estabelecer entre o conhecimento científico e o domínio dos conteúdos da disciplina (Conteúdo); o conhecimento pedagógico (Pedagogia), ancorado nas teorias de aprendizagem, nas diferentes metodologias de ensino e nas estratégias didáticas; e o conhecimento da tecnologia (Tecnologia) que ele possui, ou seja, domínio das ferramentas tecnológicas que utiliza (Coutinho & Junior, 2009).

A articulação dinâmica que se estabelece entre estes três domínios, representando o espaço de interseção entre eles é essencial para ser possível aos professores melhorarem e adaptarem as suas práticas à sociedade contemporânea (Coutinho & Junior, 2009).

Da mesma forma, o TPACK é o conhecimento que resulta do nível de competência do professor ao nível científico, pedagógico e tecnológico. Ele compreende e integra, numa certa medida, estes três domínios do conhecimento, que podem ser representados através de um esquema em três novas áreas de interseção (Coutinho & Junior, 2009).

A figura 1 ilustra a interseção dos três domínios referido no TPACK.

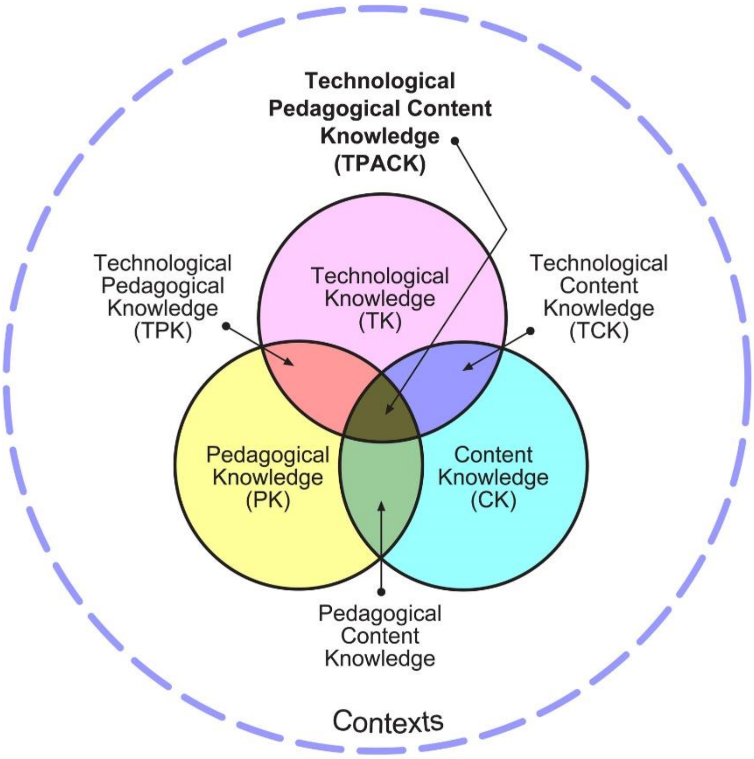


Figura 1: Referencial Teórico TPACK (Koehler & Mishra, 2009)

O PCK (conhecimento pedagógico do conteúdo) relaciona-se com a forma como o professor ensina determinado conteúdo curricular. O TCK (conhecimento tecnológico do conteúdo) tem a ver com a capacidade de escolha e de utilização de ferramentas tecnológicas adequadas aos conceitos curriculares que se pretendem trabalhar. O TPK (conhecimento tecnológico pedagógico) avalia a forma como o professor integra a tecnologia no processo de ensino aprendizagem (Coutinho & Junior, 2009).

Contudo, para além da destreza que um professor deve mostrar ao nível de cada domínio e nas suas relações, ele também deve ser capaz de avaliar o contexto em que se insere, de modo às suas ações obterem sucesso educativo (Sampaio & Coutinho, 2013). Por isso, é que o TPACK é um modelo que não é facilmente aplicável (Coutinho & Junior, 2009).

Para os professores de Matemática aplicarem a tecnologia nas suas aulas, mudando a sua prática profissional, é necessário que passem por um processo que engloba cinco etapas. Só no final é que decidem aceitar ou rejeitar o ensino da Matemática com recurso à tecnologia (Sampaio & Coutinho, 2014).

Niess et al. (2009, citado por Sampaio & Coutinho, 2014) propuseram um modelo de progressão do TPACK em Matemática, que explicita as várias etapas pelas quais um professor passa até integrar ou não a tecnologia nas suas práticas educativas.

A primeira etapa é a do reconhecimento (conhecimento). Num primeiro momento, os professores têm que ser capazes de conhecer a tecnologia educativa e de saber e entender que existem ferramentas tecnológicas que podem ser usadas com conteúdos específicos. No entanto, nesta fase, o professor ainda não incorpora a tecnologia no processo de ensino e aprendizagem da Matemática (Sampaio & Coutinho, 2014).

A segunda etapa é a aceitação (persuasão). Os professores após experimentarem as ferramentas tecnológicas formam uma opinião favorável ou desfavorável em relação à sua inserção no ensino e aprendizagem da Matemática (Sampaio & Coutinho, 2014).

Na terceira etapa, a adaptação (decisão), os profissionais escolhem se aprovam ou rejeitam o ensino e a aprendizagem da Matemática (Sampaio & Coutinho, 2014).

Segue-se a etapa da exploração (execução), onde os professores integram ativamente tecnologias apropriadas no ensino e aprendizagem da Matemática, preparando atividades para que os alunos utilizem as ferramentas tecnológicas adequadas (Sampaio & Coutinho, 2014).

A última etapa é o avanço (confirmação). Aqui, os professores avaliam os resultados da decisão de integrar o ensino e a aprendizagem da Matemática com uma tecnologia adequada (Sampaio & Coutinho, 2014).

A figura 2 ilustra as quatro etapas que um professor atravessa até decidir se integra ou não a tecnologia nas suas aulas.

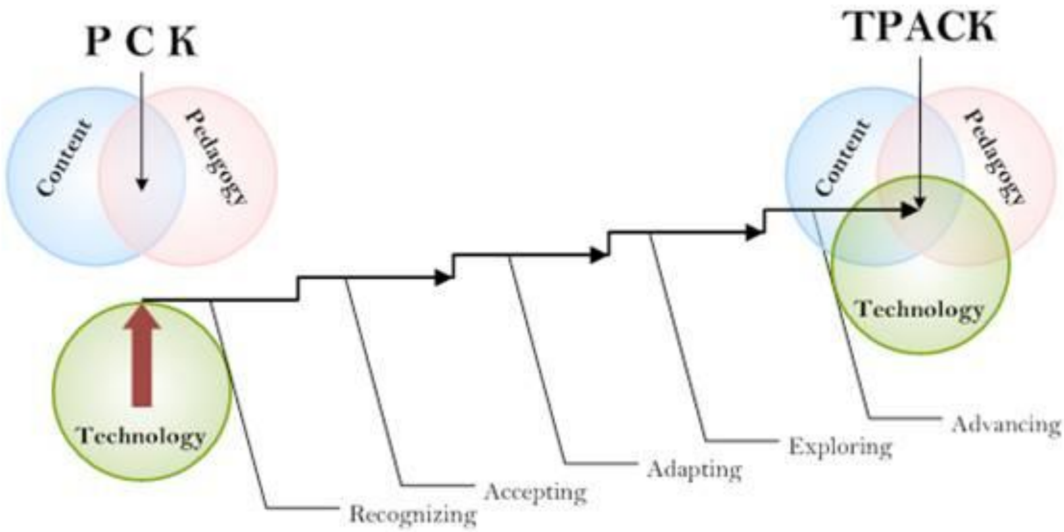


Figura 2: Descrição visual dos níveis de desenvolvimento do TPACK pelos professores (Niess et al., 2009)

Como a interpretação do desenvolvimento do TPACK anteriormente descrita não está diretamente relacionada com a Matemática, o Comité de Tecnologia da Association of Mathematics Teachers Educators (AMTE) desenvolveu um modelo do desenvolvimento do TPACK Matemático do professor. Para isso, desenvolveu um conjunto de descritores de acordo com quatro grandes temas: currículo e avaliação; aprendizagem; ensino e acesso (Niess et al., 2009).

A tabela 1 apresenta os temas e os seus descritores correspondentes.

Tabela 1: Modelo do desenvolvimento do TPACK Matemático do professor (Niess et al., 2009)

Tema	Descritores
Currículo e Avaliação	- Currículo, o tratamento do assunto; - Avaliação, avaliando e aprendizagem dos alunos.
Aprendizagem	- Concentração no assunto (aprendizagem de tópicos da Matemática); - Demonstração de conceções de como os alunos aprendem (desenvolvimento de habilidades de raciocínio dos alunos).

Ensino	- Concentração no assunto (aprendizagem de tópicos da Matemática); - Abordagens educacionais; - O ambiente da sala de aula; - Desenvolvimento profissional.
Acesso	-Uso (se os alunos estão ou não autorizados a utilizar a tecnologia); -Barreiras (como os professores conduzem as barreiras à integração tecnológica); - Disponibilidade (como a tecnologia possibilita que os níveis mais elevados da Matemática fiquem mais disponíveis para um maior número e mais diverso de alunos).

Com estes descritores articulados com as finalidades do ensino da matemática podemos proporcionar experiências diversificadas e integradoras de tecnologia de forma a motivar os estudantes para uma aprendizagem mais efetiva.

1.2 *Geogebra*

Neste trabalho o *software* utilizado foi o *Geogebra*. Este programa tem a particularidade de permitir interligar os domínios da álgebra e da geometria de uma forma dinâmica, uma vez que engloba funcionalidades de Sistemas de Álgebra de Computadores (CAS), que incidem sobre a manipulação de expressões simbólicas, e de Softwares de Geometria Dinâmica (DGS), que concentram as relações entre pontos, linhas, círculos, etc. (Hohenwarter & Jones, 2007). As novas versões do programa *Geogebra* também permitem explorar o domínio da organização e tratamento de dados, pois já disponibilizam uma folha de cálculo.

Na figura 3 abaixo visualiza-se a janela algébrica do lado esquerdo e a gráfica do lado direito. Com esta funcionalidade, o programa possibilita que à medida que se fazem alterações nas figuras geométricas seja possível observar as mudanças algébricas que ocorrem, e vice-versa.

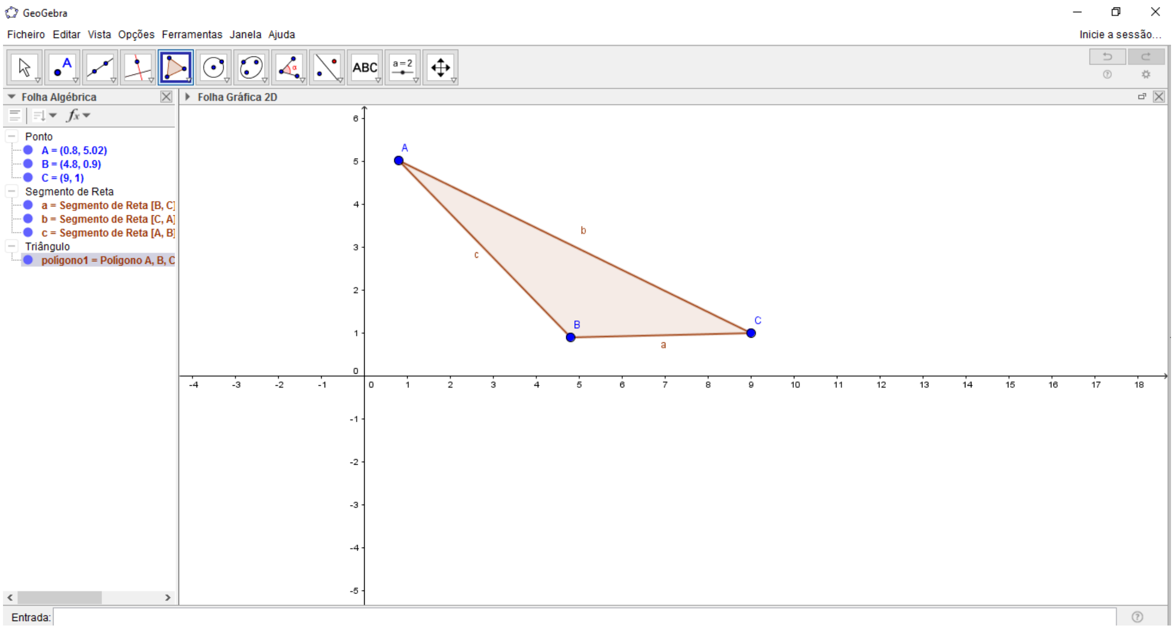


Figura 3: Janela algébrica e gráfica do Geogebra

Este programa tem também a vantagem de poder ser utilizado de forma gratuita e diretamente através do *site* do *Geogebra*. Além disso, existem diversos materiais disponíveis *online* e que podem ser exportados e guardados como uma página *Web* em formato *html* e, portanto, podem ser facilmente utilizados pelos estudantes na escola ou em casa. Este *software* está disponível em mais de trinta e cinco idiomas, o que é sem dúvida outra das suas mais-valias (Hohenwarter & Jones, 2007).

Vários foram os estudos já realizados com o *Geogebra*, nomeadamente, de Caldas (2011, citado por Capa, 2015), Gafanhoto e Canavarro (2012, citado por Capa 2015) Fernandes (2011, citado por Capa, 2015) no âmbito do processo de ensino e aprendizagem e, todos eles evidenciam vantagens na sua utilização, tais como o desenvolvimento da autonomia dos alunos, o aumento da sua motivação e a formulação de conjeturas, ao mesmo tempo que proporciona ambientes de aprendizagem mais atrativos (Capa, 2015).

De facto, para compreenderem os conteúdos definidos no Programa e nas Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico, os alunos do 5º ano necessitam de uma certa capacidade de abstração, o que por vezes não é fácil. Assim, tal como referem Ramalho e Monteiro (2016), a utilização de um *software* na aula pode facilitar ao aluno a compreensão de conteúdos ou permitir uma outra visão da sua utilidade.

Paralelamente, para o professor a aplicação deste programa nas suas aulas encerra também a vantagem de ser mais uma alternativa de estratégia pedagógica que pode utilizar no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos (Ramalho & Monteiro, 2016).

Capítulo 2 – Opções metodológicas

2.1 Contexto da investigação

A investigação apresentada foi colocada em prática no centro educativo onde realizei estágio no 2º ciclo do Ensino Básico, no âmbito da unidade curricular Prática em Ensino Supervisionada do segundo ano do mestrado em Ensino do 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico, ministrado pela Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti.

O colégio onde decorreu este estudo é uma instituição privada, de cariz religioso, situada na cidade do Porto e que existe há setenta e cinco anos. Este colégio presta um serviço educativo desde o Pré-escolar, admitindo crianças a partir dos três anos, até ao 12º ano de escolaridade.

A instituição exibe excelentes condições e apresenta-se bem equipada a nível tecnológico.

O nível socioeconómico dos estudantes que frequentam esta instituição e das suas famílias é médio alto.

Os pais e encarregados de educação dos estudantes da turma em análise possuem todos formação ao nível superior e valorizavam bastante a vida escolar dos seus educandos. Os estudantes eram, por isso, muito estimulados pela família, mostrando-se interessados nas aulas e com um conhecimento e cultura geral acima da média.

A metodologia utilizada nesta investigação é do tipo mista, caracterizada pela recolha, análise e interpretação de dados quantitativos e qualitativos (Creswell, 2003).

Creswell (2003) designa seis tipologias de *designs* dentro da metodologia mista. Apresenta três sequenciais, analítico, exploratório, transformativo e três concorrentes, triangulação, integrado e transformativo. Esta tipificação é feita baseada em critérios, como a utilização ou não de uma abordagem teórica explícita, a definição da prioridade numa abordagem qualitativa ou quantitativa, as fases em que os dados são analisados e integrados.

Os dados deste estudo foram recolhidos de forma sequencial com ênfase na metodologia quantitativa e integrados no final do processo de investigação (Creswell, 2003; Johnson & Onwuegbuzie, 2004). Tentamos também combinar estratégias de complementaridade com o intuito de triangular resultados e observações.

Atendendo à estrutura da investigação caracterizamos a nossa investigação como uma metodologia mista sequencial e exploratória.

2.2 Cronograma da investigação

A investigação desenvolveu-se ao longo deste ano letivo, com as diferentes fases referidas no cronograma abaixo.

Tabela 2: Cronograma da investigação

Período de tempo	**Tarefas**
De outubro a janeiro	Revisão bibliográfica do tema
De fevereiro a março	Construção dos instrumentos
Abril	Realização da experiência de ensino
Maio	Recolha de dados
Junho	Escrita do relatório

2.3 Participantes da investigação

A turma que participou na investigação pertencia ao 5º ano e era constituída por vinte e seis alunos, doze do sexo masculino e catorze do feminino, com idades compreendidas entre os dez e os onze anos.

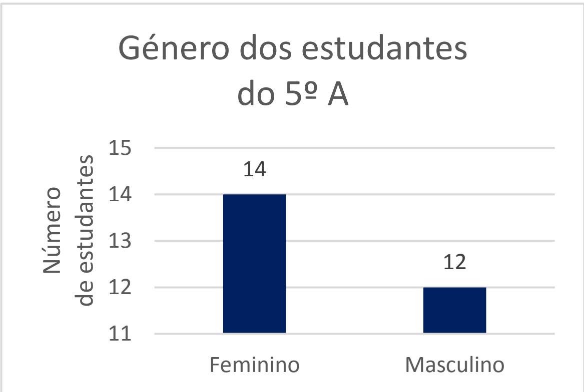


Figura 4: Género dos estudantes do 5ºA

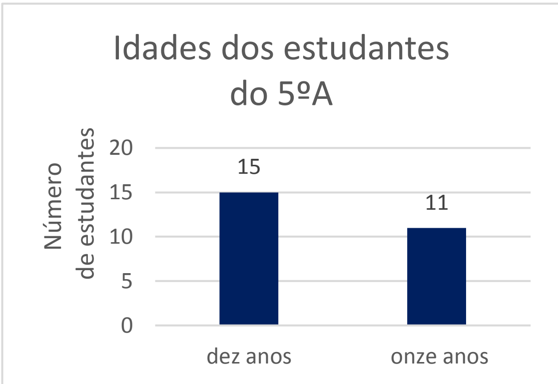


Figura 5: Idade dos estudantes do 5ºA

Estes estudantes possuíam quase todos *smartphones* e detinham computador em casa com acesso à internet. Todos eles se mostravam à vontade na utilização das tecnologias e faziam uso frequente delas.

Além dos estudantes, participou a professora cooperante de Matemática do centro de estágio em questão com doze anos de serviço e eu como professora estagiária

2.4 Procedimentos e instrumentos de recolha de dados

A investigação decorreu em três aulas planificadas e lecionadas por mim (professora estagiária) com a duração de 50 minutos cada, no domínio da Geometria e Medida. Os conteúdos abordados foram as propriedades geométricas exploradas com o *Geogebra*.

A primeira aula teve como o objetivo os estudantes compreenderem e aplicarem a propriedade da desigualdade triangular num triângulo. Tal como é referido nas Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (2013), os estudantes deveriam saber que num triângulo a medida do comprimento de qualquer lado é menor do que a soma das medidas dos comprimentos dos outros dois e designar estas propriedades por "desigualdade triangular". Para isso, os estudantes manipularam livremente um triângulo e registaram, individualmente, numa ficha de trabalho (ver Anexo 1), elaborada tendo por base uma proposta de atividade de Heather Lynn Jonhson Denver, disponível no *site* da NCTM, as medidas dos comprimentos dos lados e retiraram conclusões. No final elaboraram uma conjetura, também individualmente, acerca da relação entre a medida da soma do comprimento do lado menor com o lado médio de cada triângulo e a medida do comprimento do seu lado maior. Deste modo, os estudantes, de uma forma ativa, definiriam, por eles próprios, a desigualdade triangular.

Só no final da aula as observações e conjeturas elaboradas pelos alunos foram partilhadas em grande grupo, de modo a definirmos em conjunto a propriedade da desigualdade triangular.

A segunda aula teve como objetivo os estudantes reconhecerem que num triângulo, ao maior lado opõe-se o maio ângulo, ao menor lado opõe-se o menor ângulo e que a lados iguais se opõem ângulos iguais, e vice-versa (Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico, 2013). Assim, os estudantes manipulando novamente um triângulo registaram, individualmente, numa ficha de trabalho (ver Anexo 2) as relações que encontraram entre a localização do ângulo de maior amplitude e o lado de maior comprimento, o ângulo de menor amplitude e o lado de menor comprimento e o ângulo cuja amplitude era uma valor intermédio em relação aos outros dois e o lado de comprimento intermédio. No caso de o triângulo possuir ângulos com amplitudes iguais, ou lados com comprimentos iguais, registaram igualmente a posição relativa entre esses ângulos e lados. Esta atividade foi também elaborada de acordo com as indicações de uma proposta de atividade da NCTM. No final, os estudantes elaboraram, individualmente, uma conjetura acerca da relação entre a localização do ângulo de maior amplitude e o lado de maior comprimento num triângulo, da localização do ângulo de menor amplitude e o lado de menor comprimento num triângulo, e da localização dos ângulos de igual amplitude e dos lados de comprimento igual. Mais uma vez, foram os estudantes a descobrir a regularidade e a definirem pelas suas próprias palavras as relações que se estabelecem entre as amplitudes de ângulos e o comprimento de lados num triângulo.

Só posteriormente é que as observações e conjeturas dos alunos foram partilhadas em grande grupo, para em conjunto definirmos a regularidade que se verifica em todos os triângulos: ao maior ângulo opõem-se o maior lado e ao menor ângulo opõem-se o menor lado, e vice-versa, e a ângulos iguais opõem-se lados iguais, e vice-versa.

As fichas de trabalho utilizadas nestas duas aulas foram recolhidas por mim (professora estagiária) para avaliar as respostas.

Numa terceira aula abordaram-se as propriedades dos quadriláteros e dos paralelogramos. Teve como objetivo os estudantes identificarem paralelogramos como quadriláteros de lados paralelos dois a dois, reconhecerem que num paralelogramo dois ângulos opostos são iguais, dois lados opostos têm igual comprimento e dois ângulos adjacentes ao mesmo lado são suplementares. Em relação às propriedades dos quadriláteros tinha como objetivo os estudantes saberem que num quadrilátero a soma da amplitude dos ângulos internos é de 360^0 (Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico, 2013). Os estudantes receberam uma ficha de trabalho (ver Anexo 3) com um paralelogramo desenhado (igual ao que iria ser apresentado inicialmente no *Geogebra*) e teriam de responder às questões que faziam referência aos objetivos da aula. Inicialmente responderam em relação ao paralelogramo apresentado e, posteriormente, manipularam-no registando os novos valores obtidos e tentando inferir acerca da regularidade das relações observadas. Deste modo estimulou-se, mais uma vez, o raciocínio matemático indutivo e a comunicação matemática.

Nesta aula os exercícios foram realizados em grande grupo, promovendo a participação oral dos estudantes e insistindo na componente da comunicação matemática. Deste modo, não procedemos à correção das fichas de trabalho e apenas recolhemos dados através das notas de campo realizadas na aula.

No final do período de estágio foi entregue um questionário aos estudantes (ver Anexo 4) para avaliar o seu grau de satisfação em relação à utilização do *Geogebra*.

Escolhemos o inquérito por questionário pois consideramos ser o método de recolha de dados mais adequado para estudar as opiniões dos estudantes. Tal como referem Quivy e Campenhoudt (2005) o questionário é indicado quando se pretende conhecer uma população enquanto tal, nomeadamente em relação às suas opiniões; quando o objetivo é analisar um fenómeno social que se julga poder compreender melhor a partir de informações obtidas através da população em questão, como impacto da introdução das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem; e quando o número de inquiridos é elevado.

Este método tem a grande vantagem de permitir quantificar múltiplos dados e de proceder a análises de correlação. No entanto, as respostas apresentadas são na maioria das vezes muito superficiais (Quivy & Campenhout, 2005).

A análise estatística de dados, também utilizada neste estudo, é um método complementar ao do inquérito por questionário que deve ser utilizado e que permite comparar as respostas globais e analisar as correlações entre variáveis (Quivy & Campenhout, 2005).

Paralelamente, foi também efetuada uma entrevista semiestruturada (ver Anexo 5) à professora cooperante para auferir a sua opinião crítica acerca das tecnologias aplicadas ao ensino da Matemática no 2º ciclo e dos resultados obtidos com os seus alunos.

A entrevista semiestruturada não é inteiramente aberta nem encaminhada por um grande número de questões precisas. Ela é antes constituída por uma série de questões-guias, relativamente abertas, e que determinam as informações essenciais que o entrevistador tem de obter (Quivy & Campenhout, 2005).

Este método permite atingir um certo grau de profundidade dos elementos em análise e por ser flexível e pouco diretivo respeita os quadros de referência do interlocutor, nomeadamente a sua linguagem e as suas categorias mentais, e é indicado para analisar o sentido que os entrevistados dão às suas práticas e aos acontecimentos com os quais se veem confrontados (Quivy & Campenhout, 2005).

A análise de conteúdo foi o método complementar utilizado ao da entrevista semiestruturada pois, tal como defendem Quivy e Campenhout (2005), permite fazer uma análise sistemática das informações recolhidas que correspondam às exigências de explicitação dos processos.

.

Capítulo 3 – Apresentação e discussão dos dados da investigação, resultantes da intervenção educativa

3.1 Apresentação dos resultados dos alunos nas fichas de trabalho sobre desigualdade triangular e a relação entre a localização das amplitudes dos ângulos internos e as medidas de comprimento dos lados de um triângulo

3.1.1 Desigualdade Triangular

Na aula de exploração da desigualdade triangular pretendeu-se que os estudantes investigassem a relação entre o lado de maior comprimento de um triângulo e a soma do comprimento dos outros dois lados.

Para isso, após registarem as medidas dos comprimentos dos lados de cinco diferentes triângulos na primeira pergunta, a questão 2 (ver Anexo 1) tinha como objetivo comparar essas medidas e retirar conclusões, verificando se existia alguma regularidade. Tal como refere o Programa de Matemática para o Ensino Básico (2013), ao nível da comunicação matemática, os alunos devem ser incentivados a redigir convenientemente as suas respostas, explicando de forma adequada o seu raciocínio e apresentando as suas conclusões de um modo claro, devendo para isso escrever português correto e evitar a utilização de símbolos matemáticos.

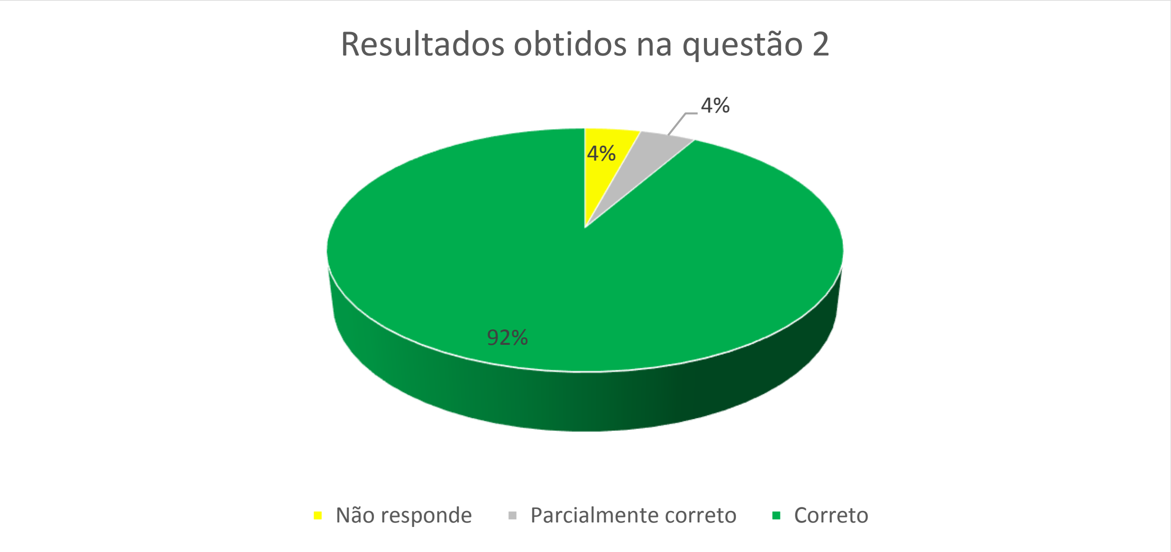


Figura 6: Resultados obtidos na questão 2 da ficha de trabalho sobre desigualdade triangular

Nesta questão, apenas um estudante registou a diferença entre a medida da soma dos lados menor e médio e do lado maior e não descreveu a relação observada, pelo que consideramos que a resposta apenas estava parcialmente correta. Esta resposta pode indicar dificuldades na comunicação matemática, não conseguindo explicar o seu raciocínio e conclusões. Por outro lado, pode também demonstrar que não foi compreendido o que era pedido na questão.

Somente um estudante não respondeu a esta questão, apesar de ter concluído corretamente nas questões seguintes.

As questões 3 e 4 (ver Anexo 1) foram elaboradas com o objetivo de mostrar aos estudantes que a construção de um triângulo não é possível com três segmentos de reta de medidas quaisquer. Assim, na questão 5 (ver Anexo 1) os estudantes deviam comparar as medidas dos segmentos de reta com os quais não foi possível construir um triângulo e retirar uma conclusão acerca da regularidade observada. À semelhança da questão 2, também aqui se pretendia desenvolver a comunicação matemática.

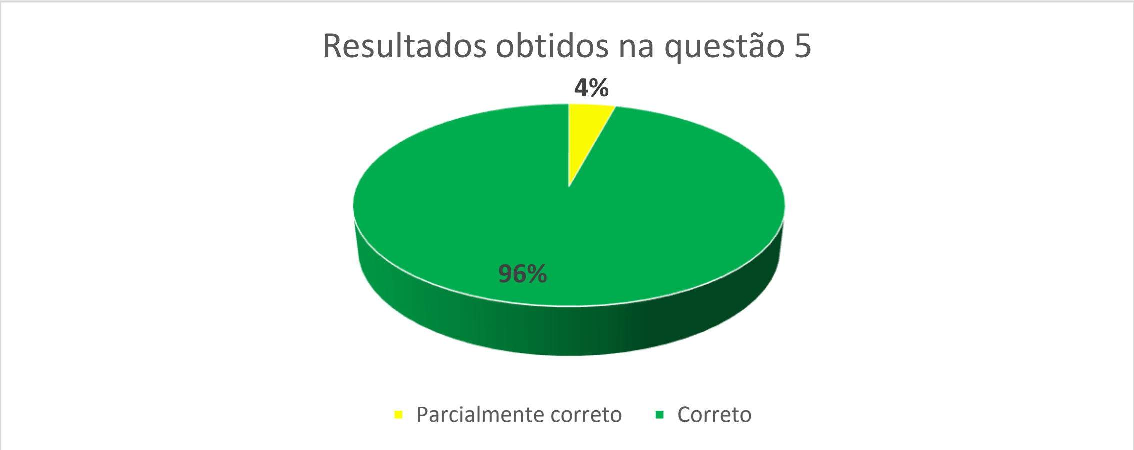


Figura 7: Resultados obtidos na questão 5 na ficha de trabalho sobre desigualdade triangular

Nesta tarefa, apenas o mesmo estudante que na questão 2 teve a resposta parcialmente correta apresentou aqui o mesmo erro. Este facto leva-nos a tecer as mesmas conclusões que as retiradas anteriormente.

Todos os outros vinte e três responderam de forma completa e correta.

A questão 6 (ver Anexo 1) tinha como objetivo a elaboração de uma conjetura acerca das medidas do comprimento dos lados de um triângulo, promovendo o raciocínio matemático indutivo. Tal como refere o Programa de Matemática do Ensino Básico (2013), os alunos devem ser capazes de estabelecer conjeturas, em alguns casos, após a análise de um conjunto de situações particulares. Perante as regularidades observadas nas tarefas anteriores os estudantes deviam chegar à conclusão que num triângulo a medida do comprimento de qualquer lado é menor do que a soma das medidas dos comprimentos dos outros dois, definindo assim a propriedade da desigualdade triangular (Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico, 2013).

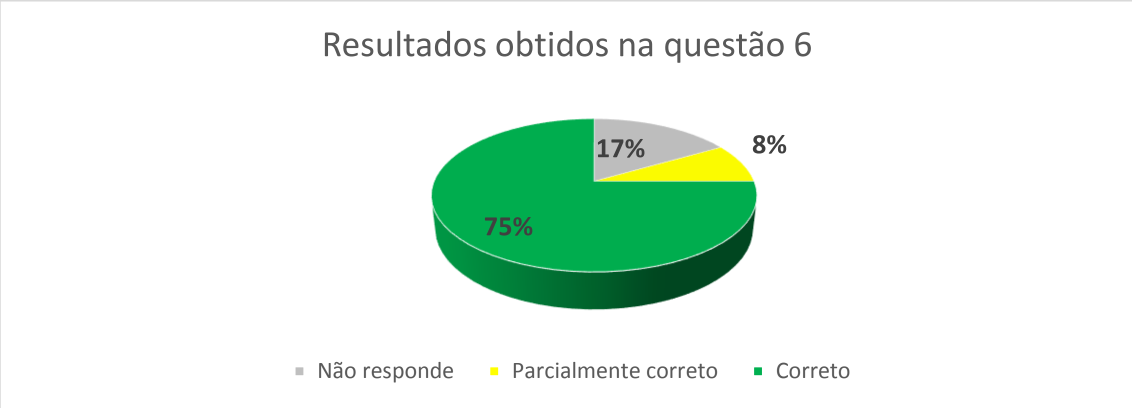


Figura 8: Resultados obtidos na questão 6 na ficha de trabalho sobre desigualdade triangular

Quatro estudantes não responderam a esta questão, ou por falta de tempo ou por não terem sido capazes de extrapolar uma regra. No entanto, a maioria (dezoito estudantes, o que corresponde a setenta e cinco por cento) elaborou corretamente a conjetura.

Os dois estudantes cuja resposta foi considerada parcialmente correta concluíram referindo os valores que obtiveram, por exemplo, no caso da diferença entre a medida do segmento maior e da soma das medidas dos segmentos menor e médio ser 5 cm concluíram que o segmento maior tinha um comprimento superior em 5 cm à soma dos outros dois. No entanto, estes estudantes revelam que compreenderam a relação estabelecida, só não conseguiram extrapolar para casos gerais.

Na questão 7 (ver Anexo 1) os estudantes deviam inferir acerca da possibilidade de se construir um triângulo cuja soma das medidas dos comprimentos dos lados de menor e médio comprimento fosse igual à medida do maior. Tinha como objetivo ser uma atividade de exploração e de descoberta onde os alunos pudessem apresentar estratégias de resolução mais informais, como esquemas ou desenhos, estimulando uma vez mais o raciocínio matemático.

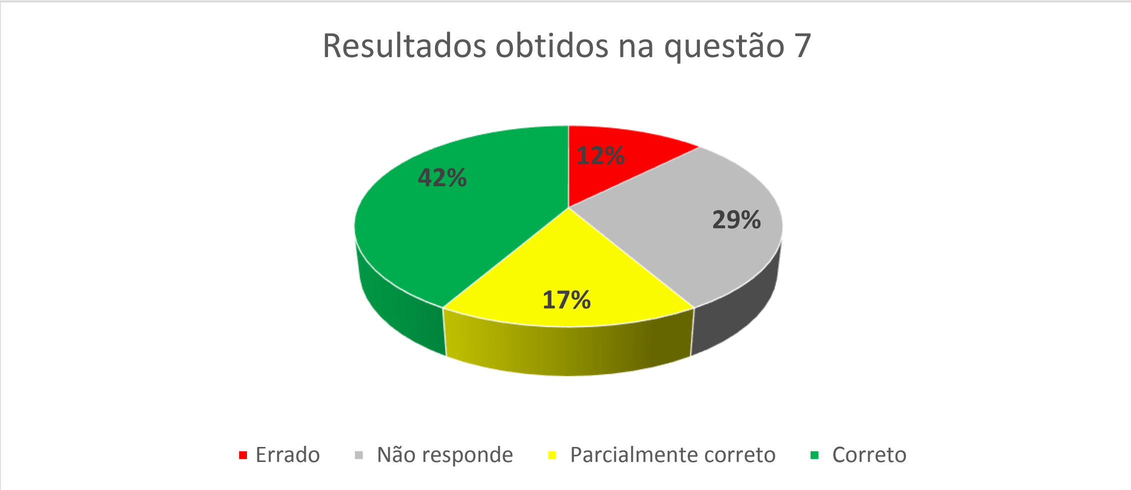


Figura 9: Resultados obtidos na questão 7 na ficha de trabalho sobre desigualdade triangular

Esta questão tinha um grau de dificuldade superior às restantes e, por isso, era expectável que os resultados obtidos não fossem tão positivos.

Apesar de dois dos sete estudantes que não responderam não o terem feito por falta de tempo, os outros provavelmente não conseguiram encontrar estratégias de resolução para resolver a questão. Os estudantes cuja resposta foi considerada parcialmente correta apresentaram desenhos de triângulos e não triângulos mas não retiraram qualquer conclusão, manifestando dificuldades na comunicação matemática.

Os três que tiveram as respostas erradas construíram triângulos que pela falta de rigor no desenho os levaram a concluir que era possível construir triângulos cuja soma das medidas dos comprimentos dos lados menor e médio fosse igual à do lado maior. Assim, obtiveram um triângulo que diziam que os lados mediam 2,5 cm; 2,5 cm e 5 cm, por exemplo. Contudo, se fossem rigorosos na construção aperceber-se-iam que as medidas não eram as indicadas por eles.

3.1.2 Relação entre a localização das amplitudes dos ângulos internos e as medidas de comprimento dos lados de um triângulo

Na segunda aula foi distribuída uma ficha de trabalho sobre a relação entre a amplitude dos ângulos internos e o comprimento dos lados de um triângulo (ver Anexo 2).

Na questão 1.1 (ver Anexo 2) os estudantes deviam investigar a relação entre a posição do lado de maior comprimento e o ângulo de maior amplitude num determinado triângulo. Com esta pergunta pretendia-se mostrar um caso particular para, mais tarde, partindo de vários exemplos, os estudantes tentarem criar uma conjetura. Nesta tarefa deveriam utilizar uma linguagem correta, tal como refere o Programa de Matemática para o Ensino Básico (2013) ao nível da comunicação matemática.

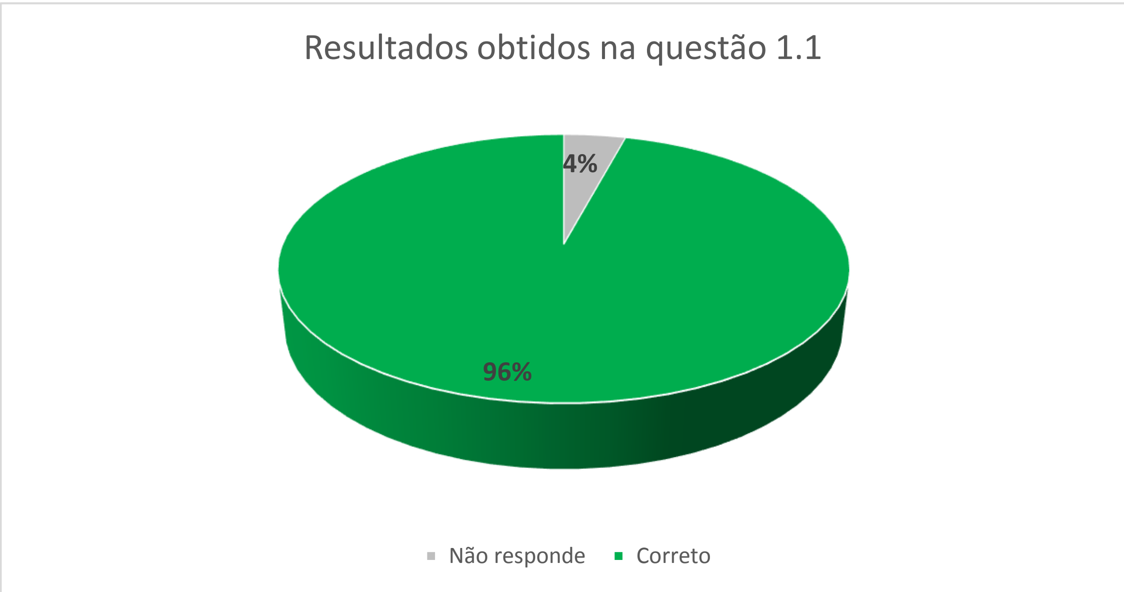


Figura 10: Resultados obtidos na questão 1.1 na ficha de trabalho sobre relação a entre a amplitude dos ângulos e o comprimento dos lados num triângulo

Nesta questão apenas se obteve uma resposta em branco, no entanto é provável que tenha sido por uma questão de má gestão de tempo do estudante, uma vez que é frequente ele demorar bastante tempo a iniciar as tarefas propostas, apesar do seu aproveitamento a matemática ser bastante satisfatório. Todos os vinte e três utilizaram uma linguagem correta e precisa, retirando a conclusão acertada.

A questão 1.2 (ver Anexo 2) é semelhante à anterior, mas pretendia que os estudantes investigassem a relação entre as posições do lado de menor comprimento e o ângulo de menor amplitude num triângulo, pelo que os objetivos são semelhantes.

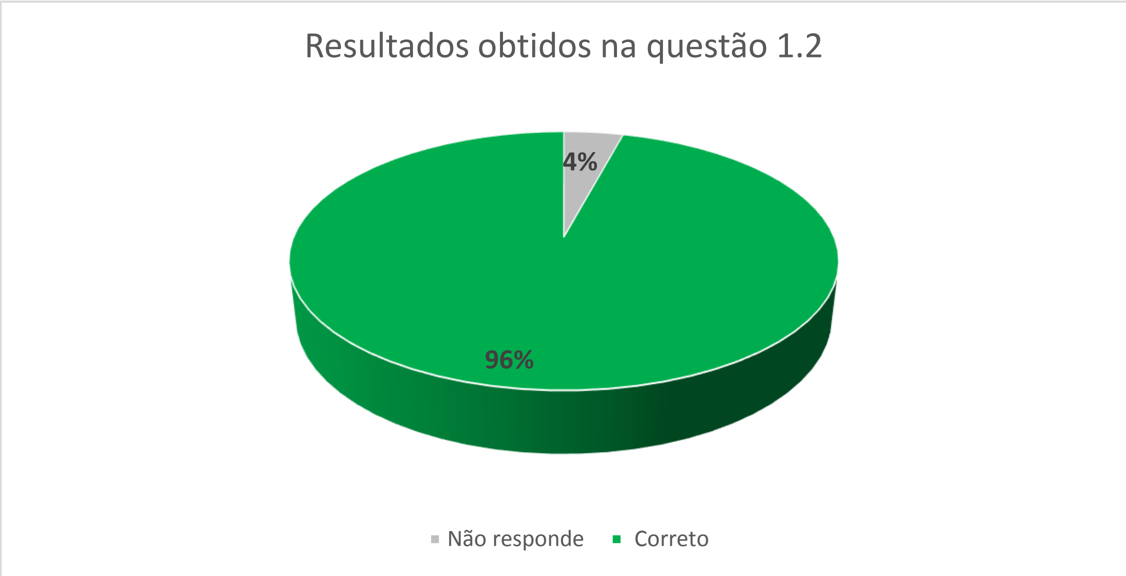


Figura 11: Resultados obtidos na questão 1.2 na ficha de trabalho sobre relação a entre a amplitude dos ângulos e o comprimento dos lados num triângulo

Os resultados aqui obtidos são iguais aos da questão anterior, com o estudante a não ter respondido ser o mesmo.

As questões 3.1 e 3.2 (ver Anexo 2) tiveram como objetivo desenvolver o raciocínio matemático indutivo, pois a partir de casos particulares os estudantes deveriam inferir a regularidade existente, estabelecendo uma conjetura (Programa de Matemática do Ensino Básico, 2013). Paralelamente, a comunicação matemática, igualmente referida no Programa de Matemática do Ensino Básico (2015), foi também um dos aspetos que se pretendia que os estudantes trabalhassem. Mais concretamente, estas tarefas tinham como objetivo final saber que num triângulo ao maior lado opõe-se o maior ângulo e ao menor lado opõe-se o menor ângulo, e vice-versa (Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico, 2013).

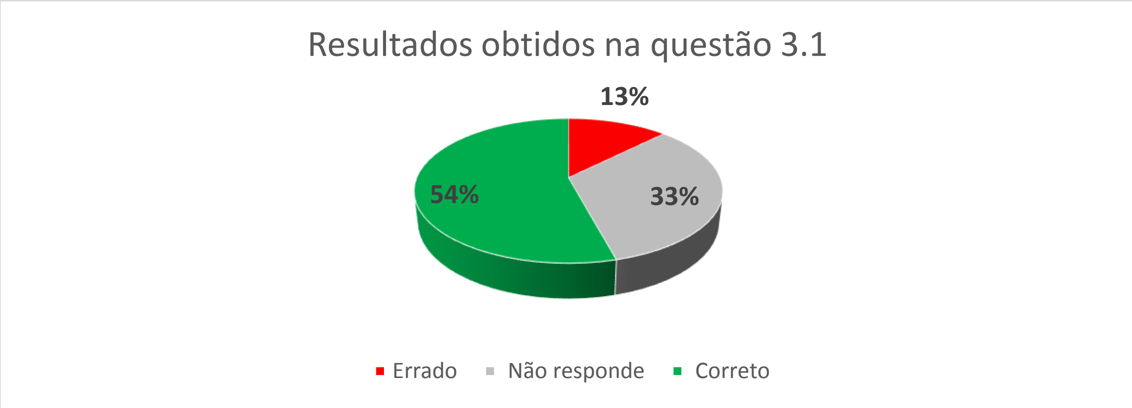


Figura 12: Resultados obtidos na questão 3.1 na ficha de trabalho sobre relação a entre a amplitude dos ângulos e o comprimento dos lados num triângulo

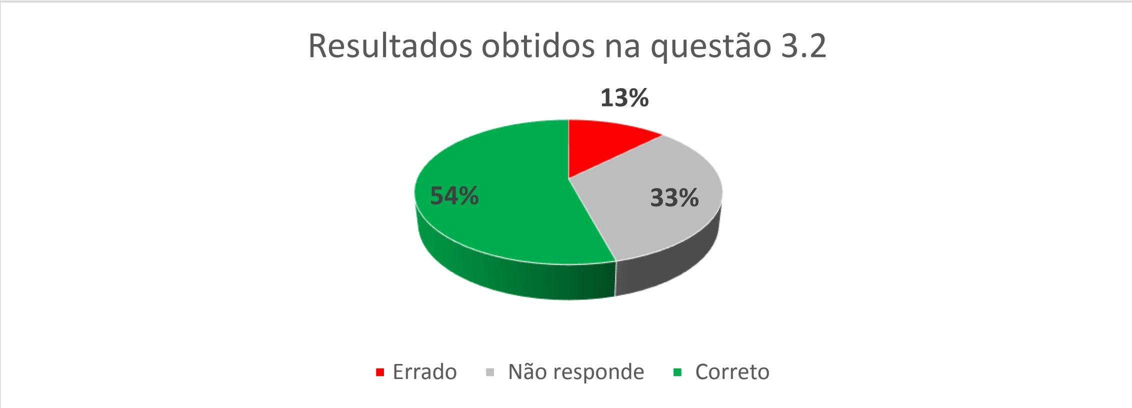


Figura 13: Resultados obtidos na questão 3.2 na ficha de trabalho sobre relação a entre a amplitude dos ângulos e o comprimento dos lados num triângulo

Nestas duas questões os resultados obtidos foram iguais. Treze estudantes (cinquenta e quatro por cento) conseguiram elaborar uma conjetura correta com uma linguagem precisa. No entanto, oito não responderam e três erraram, o que evidencia o maior grau de dificuldade desta questão. Tal pode indicar que os estudantes têm alguma dificuldade na construção de raciocínio matemático indutivo e na comunicação matemática.

Um dos estudantes que errou respondeu que "o ângulo maior é oposto ao lado médio" e "o ângulo menor é oposto ao lado médio", apesar de ter as tabelas da questão 2 preenchidas corretamente. Provavelmente não estaria concentrado nem com atenção pois caso contrário aperceber-se-ia que ao lado médio não se podem opor simultaneamente o maior e menor ângulo. Os outros dois estudantes não compreenderam o que era pedido.

3.2 Apresentação das notas de campo sobre a aula das propriedades do paralelogramo

Na generalidade, os estudantes demonstraram maior facilidade na comunicação matemática, preocupando-se em utilizar uma linguagem matemática correta e explicando de forma mais clara o seu raciocínio. O facto de já terem desenvolvido atividades que promoviam esta comunicação pode ter influenciado positivamente o desempenho dos estudantes.

A grande maioria dos estudantes referiram na questão 1 da ficha de trabalho (ver Anexo 3) que o quadrilátero [ABCD] era um paralelogramo por ter os lados opostos paralelos. Também conseguiram identificar bem as relações entre as medidas dos lados opostos e as amplitudes dos ângulos opostos daquele paralelogramo. A partir da manipulação do *Geogebra* constataram com relativa facilidade que estas relações se mantinham em todos os paralelogramos. De referir que tivemos a perceção que nesta aula os estudantes elaboraram mais facilmente as conjeturas. Tal pode ser explicado pelo facto de nas aulas anteriores o raciocínio indutivo já ter sido trabalhado, seguindo estratégias de raciocínio análogas.

Para além dos estudantes formularem conjeturas acerca da relação da amplitude dos ângulos opostos de um paralelogramo, da medida dos seus lados opostos e da amplitude de dois ângulos adjacentes ao mesmo lado, também foram incentivados a prova-las, tal como é aconselhado pelo Programa de Matemática do Ensino Básico (2013) ao nível da comunicação matemática. Apesar de ser uma tarefa um pouco mais difícil um estudante explicou que os ângulos opostos de um paralelogramo eram iguais por se tratarem de dois ângulos alternos internos em duas retas paralelas intersetadas por uma secante. A utilização do *Geogebra* e a manipulação do paralelogramo permitiu que os restantes estudantes visualizassem a explicação do colega e que a compreendessem. A partir daqui vários estudantes tentaram encontrar uma justificação para os ângulos adjacentes ao mesmo lado serem suplementares. Deste modo, facilmente aplicaram os conhecimentos que detinham sobre ângulos com o objetivo de comprovar as propriedades dos paralelogramos. De referir que esta atividade gerou uma elevada participação dos estudantes.

Para comprovar que a soma das amplitudes dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360º alguns estudantes utilizaram as relações entre ângulos e outros dividiram o quadrilátero em dois triângulos (cuja soma da amplitude dos ângulos internos é 180º). No entanto, ao proporcionarmos o diálogo entre os estudantes, rapidamente concluíram que a explicação da propriedade dos triângulos que refere que a soma da amplitude dos ângulos internos é 180º advém da relação entre ângulos.

3.3 Apresentação dos resultados dos testes de avaliação

No primeiro teste de avaliação do terceiro período, a professora responsável da turma elaborou um conjunto de questões (ver Anexo 6) que avaliaram os conhecimentos dos alunos no âmbito dos conteúdos por mim lecionados com recurso ao *Geogebra*.

Através dos resultados obtidos procedeu-se à sua análise quantitativa e comparação com as restantes turmas (5ºB e 5ºC) que têm a mesma docente e que realizaram o mesmo teste.

A questão 7 (ver Anexo 6) teve como objetivo avaliar os conhecimentos dos estudantes em relação à desigualdade triangular. Tal como referem as Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (2013), os estudantes devem saber que num triângulo a medida do comprimento de qualquer lado é menor do que a soma das medidas dos comprimentos dos outros dois e maior do que a respetiva diferença e designar a primeira destas propriedades por “desigualdade triangular”.

Tabela 3: Resultados obtidos na questão 7 do teste de avaliação na turma A

Resultados obtidos na questão 7 na turma A		
Cotação	Número de alunos	Percentagem
0	1	4%
2	1	4%
3	4	15%
5	1	4%
6	19	73%

Nesta questão, dezanove estudantes da turma A (setenta e três por cento) conseguiram identificar e justificar corretamente o porquê de na alínea 7.1 não ser possível construir o triângulo e de na alínea 7.2 já ser possível.

Apenas um estudante obteve zero pontos neste exercício e cerca de noventa e dois por cento dos estudantes obtiveram uma classificação de pelo menos três pontos (metade da cotação máxima).

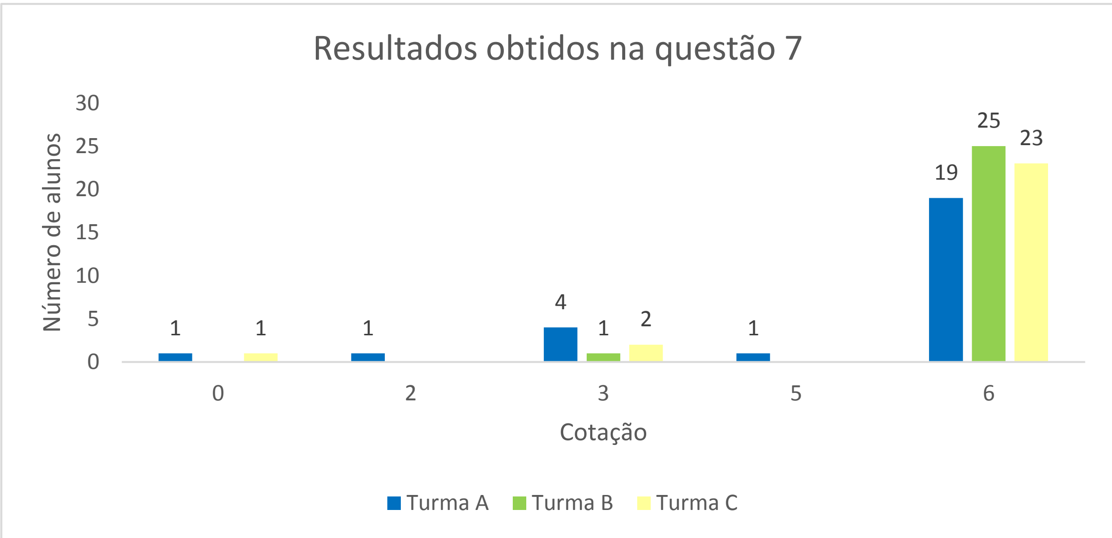


Figura 14: Resultados obtidos na questão 7 do teste de avaliação nas turmas A, B e C

No conjunto das três turmas, a que mostrou um melhor desempenho foi a B, com vinte e cinco dos estudantes a obterem a classificação máxima. No entanto, perante os resultados obtidos, pode concluir-se que na generalidade os estudantes sabem aplicar a propriedade da desigualdade triangular.

Na questão 11 (ver Anexo 6) pretendia-se que os estudantes demonstrassem que sabiam que a soma da amplitude dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180^0 e que a lados iguais opõem-se ângulos iguais (Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico, 2013).

Tabela 4: Resultados obtidos na questão 11 do teste de avaliação na turma A

Resultados obtidos na questão 11 na turma A		
Cotação	Número de alunos	Percentagem
1	2	8%
2	3	11%
3	2	8%
4	19	73%

Na turma A dezanove estudantes, setenta e três por cento, obtiveram a classificação máxima, demonstrando que sabiam aplicar as propriedades dos triângulos neste exercício. Dois perderam apenas um ponto e três obtiveram metade da classificação atribuída a esta questão. Vinte e quatro estudantes (aproximadamente noventa e dois por cento da turma) conseguiram obter pelo menos metade da classificação.

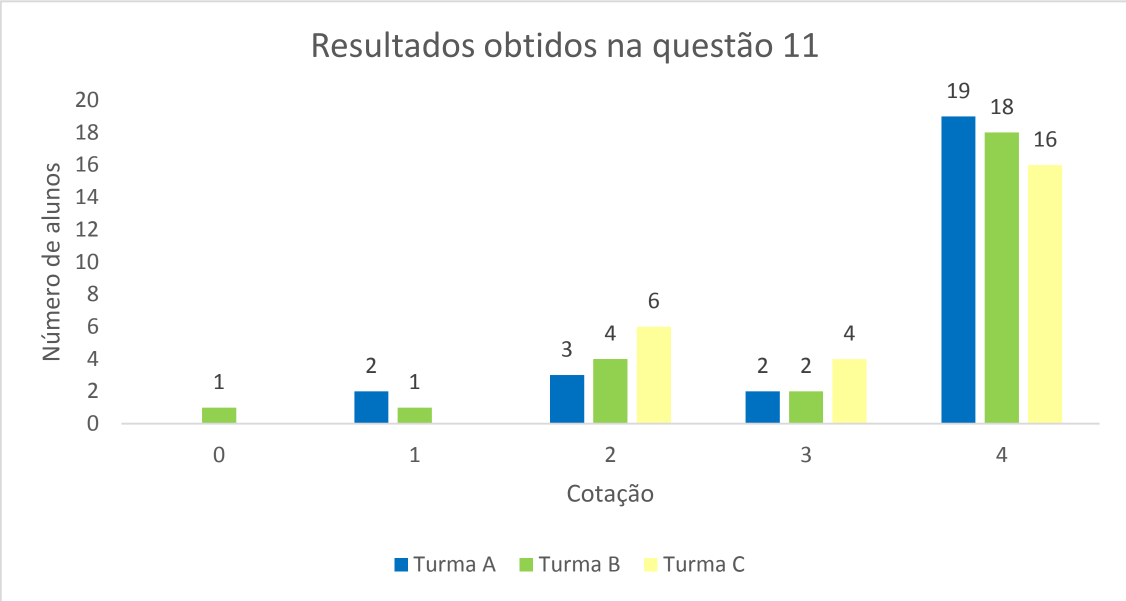


Figura 15: Resultados obtidos na questão 11 do teste de avaliação nas turmas A, B e C

Comparando-se as três turmas, a A foi a que obteve um maior número de respostas totalmente corretas, dezanove, contra dezoito e dezasseis das turmas B e C, respetivamente.

Na questão 13 (ver Anexo 6), os estudantes deveriam reconhecer a propriedade dos triângulos que refere que ao maior lado se opõe o maior ângulo e ao menor lado se opõe o menor ângulo, e vice-versa (Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico, 2013).

Tabela 5: Resultados obtidos na questão 13 do teste de avaliação na turma A

Resultados obtidos na questão 13 na turma A		
Cotação	Número de alunos	Percentagem
0	6	23%
2	3	12%
4	17	65%

Dezassete estudantes da turma A responderam corretamente às duas alíneas e três apenas a uma delas, seis erraram e tiveram uma classificação de zero pontos. No entanto, mais de metade dos estudantes, cerca de setenta e sete por cento, obtiveram pelo menos metade da cotação máxima.

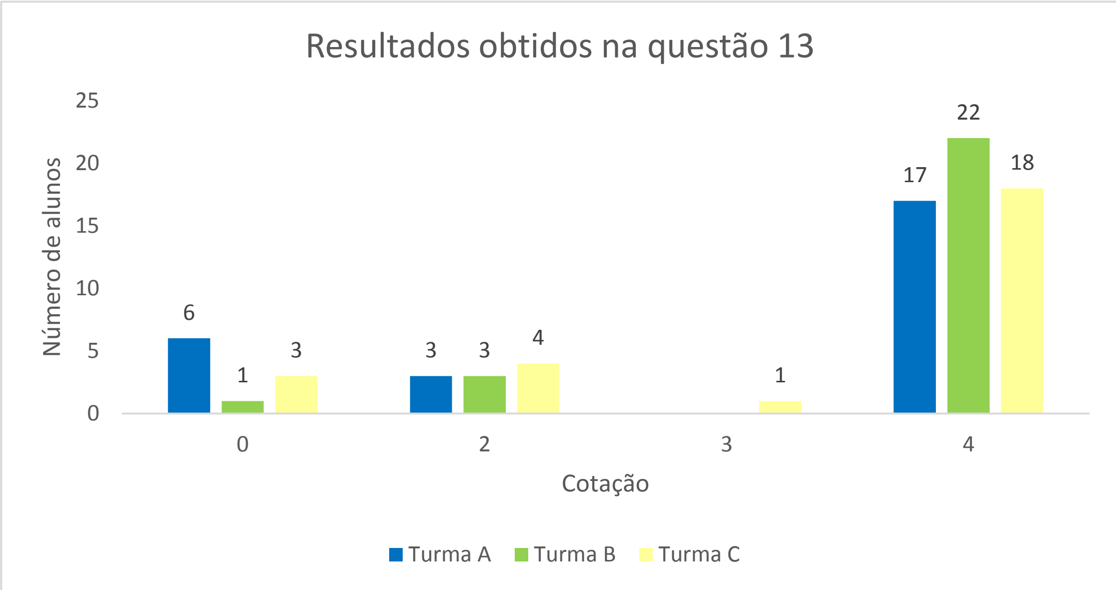


Figura 16: Resultados obtidos na questão 13 do teste de avaliação nas turmas A, B e C

Em comparação com as restantes turmas, a A foi a que demonstrou um desempenho menos positivo, já que na turma B vinte e dois estudantes obtiveram a classificação máxima e na C foram dezoito. A turma A foi aquela que teve mais estudantes com cotação zero, seguindo-se a C com três estudantes e a B com apenas um.

A questão 16 (ver Anexo 6) teve como objetivos reconhecer que num paralelogramo dois ângulos opostos são iguais e dois ângulos adjacentes ao mesmo lado são suplementares (Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico, 2013). Na questão 16.1 os estudantes teriam de saber identificar quais são os ângulos opostos num paralelogramo.

Tabela 6: Resultados obtidos na questão 16.1 do teste de avaliação na turma A

Resultados obtidos na questão 16.1 na turma A		
Cotação	Número de alunos	Percentagem
0 2	1 25	4% 96%

Vinte e cinco estudantes responderam corretamente e apenas um obteve a classificação de zero pontos, evidenciando que quase todos sabem identificar ângulos opostos num paralelogramo.

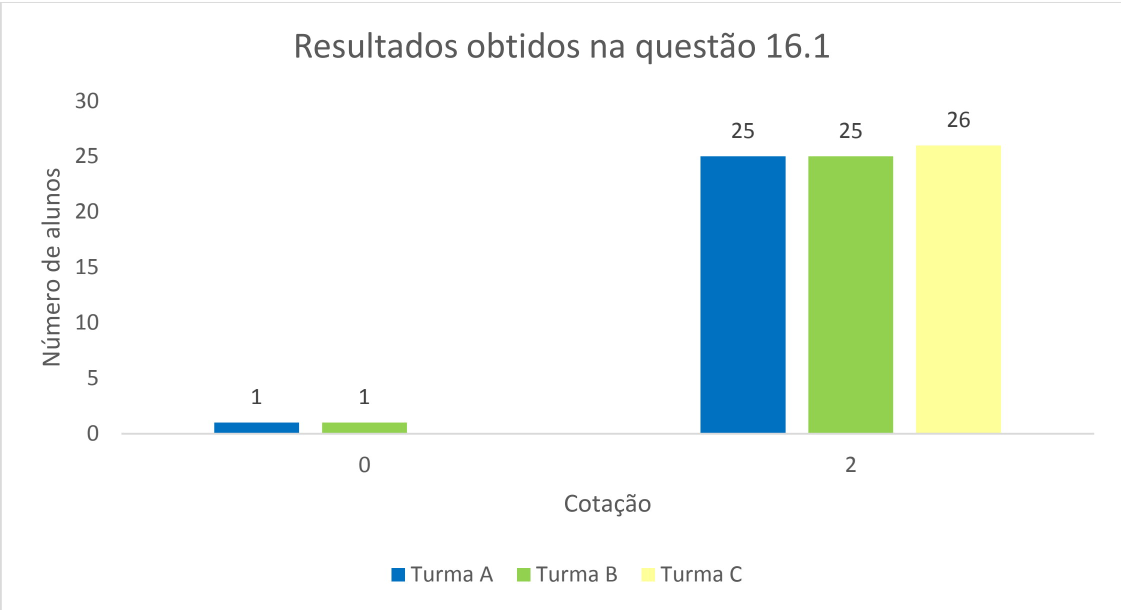


Figura 17: Resultados obtidos na questão 16.1 do teste de avaliação nas turmas A, B e C

Nas três turmas os resultados foram bastantes satisfatórios. Nas turmas A e B apenas um estudante não obteve a classificação máxima, enquanto na C todos responderam corretamente.

Na questão 16.2 os estudantes teriam de descobrir as amplitudes desconhecidas dos três ângulos internos do paralelogramo, através das propriedades já enunciadas.

Tabela 7: Resultados obtidos na questão 16.2 do teste de avaliação na turma A

Resultados obtidos na questão 16.2 na turma A		
Cotação	Número de alunos	Percentagem
1	8	31%
3	18	69%

Aqui, apenas dezoito estudantes obtiveram a cotação máxima, demonstrando conhecer as propriedades do paralelogramo. Alguns dos estudantes que erraram apenas indicaram corretamente a amplitude do ângulo oposto, indicando que as restantes propriedades do paralelogramo não ficaram bem consolidadas, nomeadamente a soma da amplitude de dois ângulos adjacentes ao mesmo lado ser igual a 180^0. Por outro lado, também não conseguiram transpor a propriedade dos quadriláteros que define que a soma das amplitudes dos quatro ângulos internos é de 360^0 para esta situação. Outros estudantes apenas apresentaram erro de cálculos.

Contudo, é de referir que nenhum estudante obteve zero pontos e mais de metade da turma obteve a classificação máxima.

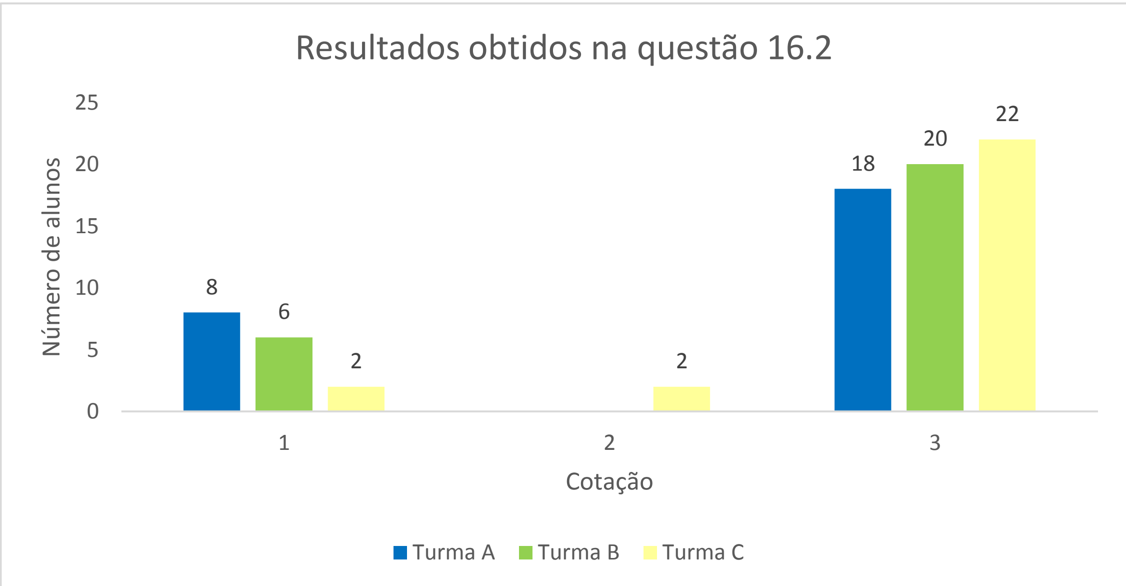


Figura 18: Resultados obtidos na questão 16.2 do teste de avaliação nas turmas A, B e C

Em relação ao conjunto das três turmas, a B foi a que apresentou resultados menos positivos, com menos estudantes a obterem a cotação máxima (dezoito contra vinte e vinte e dois das turmas B e C, respetivamente) e mais a terem apenas um ponto (oito contra seis e dois, das turmas B e C, respetivamente). No entanto, a diferença do número de respostas totalmente corretas não é muito acentuada, sendo de dois alunos para a turma B de quatro para a turma C.

3.4 Análise do inquérito por questionário

Após a recolha do questionário (ver Anexo 4) realizado aos estudantes procedemos à análise estatística dos dados de natureza quantitativa através do programa IBM SPSS (*Statistical Package for Social Sciences*). Os dados foram organizados numa tabela (tabela 8) e num diagrama de caixa de bigodes comparativa (figura 19).

Tabela 8: Análise das respostas do questionário em SPSS

		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7
N	Valid	24	24	24	24	24	24	24
	Missing	0	0	0	0	0	0	0
Mode		5	5	5	5	5	5	5
Minimum		3	3	2	4	3	3	1
Maximum		5	5	5	5	5	5	5
Percentiles	25	5,00	4,00	4,00	4,25	4,25	4,00	4,00
	50	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00
	75	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00

Através dos dados da tabela algumas conclusões importantes podem ser retiradas.

A moda de todas as afirmações foi a opção 5, ou seja, a "concordo totalmente", inferindo-se que para a generalidade dos estudantes a integração das tecnologias nas aulas de matemática foi muito bem aceite e encarada como um aspeto positivo.

A primeira afirmação "com as tecnologias em sala de aula sinto-me mais interessado e motivado" foi a que registou opiniões mais positivas. Apenas um estudante respondeu que não tinha opinião (opção 3), e mais de setenta e cinco por cento das respostas situaram-se na opção 5, o que revela o elevado número de alunos que concorda totalmente com a afirmação.

Perante a hipótese de "consigo visualizar melhor alguns exemplos quando se recorre às tecnologias" (Q2), a resposta menos satisfatória foi a opção 3 ("não tenho opinião") e a de nível máximo foi a "concordo totalmente" (opção 5). Vinte e cinco por cento das respostas estão compreendidas entre "não tenho opinião" e "concordo". Aproximadamente cinquenta por cento das respostas estão entre "concordo" e "concordo totalmente" e vinte e cinco por cento foram "concordo totalmente". Deste modo, conclui-se que a maioria dos estudantes concordam com a afirmação, o que indicia que a utilização das tecnologias os ajuda claramente na compreensão de alguns conteúdos.

Em relação a "consigo compreender melhor a matéria quando se utilizam as tecnologias" (Q3), vinte e cinco por cento das respostas enquadraram-se entre "discordo" e "concordo", cinquenta por cento entre "concordo" e "concordo totalmente" e vinte e cinco por cento responderam "concordam totalmente".

Esta é a primeira afirmação a apresentar uma resposta negativa. Ao recorrermos à informação fornecida pelo diagrama de extremos e quartis, verificamos, contudo, que apenas um estudante respondeu discordo, o que indicia que não sente que a sua aprendizagem seja melhor com as tecnologias, apesar de conseguir visualizar mais facilmente alguns exemplos (Q2) com elas.

Na afirmação "quando estou em casa a estudar lembro-me dos exemplos que foram dados com as tecnologias" (Q4), a reposta menos satisfatória que se obteve foi "concordo" e a mais foi "concordo totalmente", demonstrando que este recurso fica na memória dos estudantes e que os ajuda a consolidar o conhecimento. Vinte e cinco por cento dos estudantes responderam pelo menos "concordo", e setenta e cinco por cento responderam "concordo totalmente".

Relativamente a "gostava que houvesse mais aulas em que as tecnologias fossem utilizadas" (Q5), vinte e cinco por cento dos estudantes responderam "não tenho opinião" ou "concordo", e setenta e cinco por cento "concordo totalmente".

Perante “sinto-me com vontade de conhecer mais programas/aplicações informáticas que me ajudem a estudar de forma diferente” (Q6), vinte e cinco por cento dos estudantes disseram não ter opinião ou concordarem, cinquenta por cento responderam entre “concordo” e “concordo totalmente” e vinte e cinco por cento concordam plenamente com a afirmação. Tal demonstra que grande parte dos estudantes se sentiram entusiasmados com o contacto com o programa que desconheciam e que reconhecem a sua utilização uma mais-valia.

Em “gostaria que o professor pedisse para resolver exercícios em que fosse obrigatório o uso das tecnologias na sua resolução” (Q7), vinte e cinco por cento dos estudantes reponderam entre “discordo totalmente” e “concordo”. Contudo, quando se recorre ao diagrama de caixa de extremos e quartis verificamos que apenas um estudante respondeu “discordo totalmente” e um outro “discordo”. Cinquenta por cento dos estudantes responderam “concordo” ou “concordo totalmente” e vinte e cinco por cento “concordo totalmente”.

Em todas as afirmações, pelo menos setenta e cinco por cento dos estudantes concordam com o que é dito, o que revela a avaliação bastante positiva que fazem da utilização do *Geogebra* nas aulas de geometria, quer ao nível da motivação e interesse quer da aprendizagem e da melhor compreensão dos conteúdos.

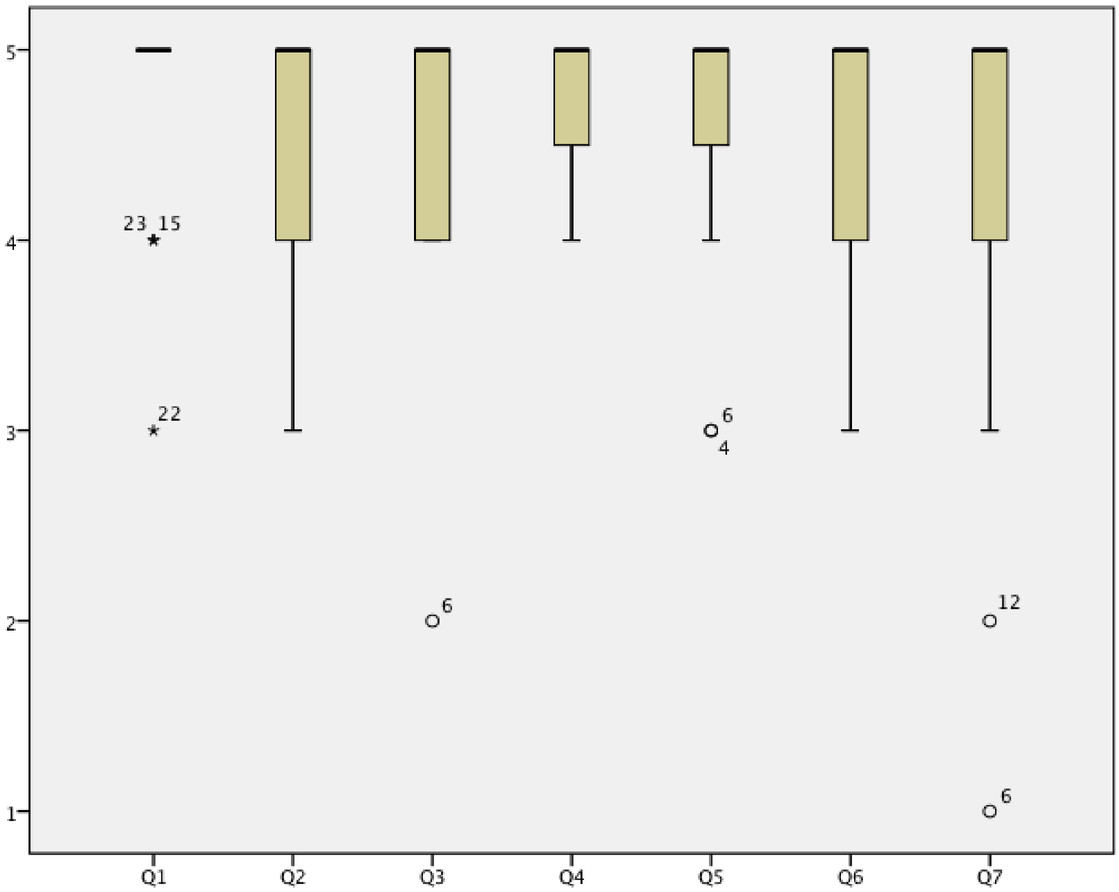


Figura 19: Diagrama de extremos e quartis

Ao analisarmos o diagrama de extremos e quartis constatamos que a afirmação 1 (Q1) é a que representa maior concentração, com quase a totalidade dos estudantes a referirem que concordam totalmente que a utilização das tecnologias os motiva mais. Apenas três escolheram outra opção. Esta afirmação apresenta um valor mínimo igual ao valor máximo, indiciando, mais uma vez, a elevada concentração de respostas na opção 5.

Nas afirmações 4 e 5 (Q4 e Q5, respetivamente) o nível de dispersão também é muito baixo, com uma elevada concentração de respostas na opção 5, ou seja, “concordo totalmente”.

A afirmação 3 (Q3) apresenta uma concentração elevada de respostas entre “concordo” e “concordo totalmente”, sendo estes dois valores o mínimo e o máximo, respetivamente.

Por fim, nas afirmações 2, 6 e 7 (Q2, Q6 e Q7) a concentração de respostas situa-se entre as opções “concordo” e “concordo totalmente” e os valores mínimos apresentados são os correspondentes à opção “não tenho opinião”.

Através do diagrama de caixa de extremos e quartis conseguimos também visualizar quais são os valores *outliers* para cada questão, ou seja, aqueles que são discrepantes em relação ao conjunto de dados.

Assim, na primeira afirmação (Q1), os estudantes codificados com os números 23 e 15 foram aqueles que responderam “concordo” e o 22 o único que não tinha opinião. Na afirmação 6 (Q3) aparece apenas um valor *outlier*, que corresponde à resposta “discordo” do estudante 6. Na afirmação 5 (Q5) os estudantes 4 e 6 respondem “não tenho opinião” e são os únicos *outliers*. Por fim, na afirmação 7 (Q7) aparecem dois valores *outliers*, um “discordo” e outro “discordo totalmente”.

O estudante 6 revela que não se sente muito à vontade com as tecnologias, pois não tem opinião sobre se gostaria que houvesse mais aulas com tecnologias e discorda totalmente com a sua utilização obrigatória na resolução de determinados exercícios. Além disto, também discorda que a compreensão dos conteúdos matemáticos da geometria seja facilitada através do uso das tecnologias em aula. Contudo, ao analisarmos a totalidade das respostas deste estudante podemos levantar a questão se não se tratará em parte de falta de confiança, nomeadamente através das afirmações Q5 e Q7, uma vez que concorda totalmente que se recorda das aulas com tecnologias quando está em casa a estudar e também concorda totalmente em relação à vontade que sente em conhecer novos programas que o ajudem a estudar de forma diferente. No entanto, o facto de referir que não aprende melhor com as tecnologias comprova que nem todos os estudantes aprendem da mesma forma e que, por isso, é de extrema importância o professor diversificar as suas estratégias de ensino e aprendizagem.

O estudante número 12 que respondeu “discordo” pode com isso revelar que prefere adotar uma postura mais passiva na aula, uma vez que todas as suas restantes respostas se situaram entre “concordo” e “concordo totalmente”.

De resto, as conclusões retiradas através da leitura deste diagrama são semelhantes às efetuadas a partir da tabela 7.

3.5 Análise qualitativa da entrevista semiestruturada

Na entrevista realizada (ver anexo 5), a docente referiu que apenas via vantagens na utilização das tecnologias no ensino da matemática no 2º ciclo. Destacou que a motivação e o envolvimento dos estudantes eram, sem dúvida, o principal fator positivo. Isto porque, como a tecnologia faz parte do seu dia-a-dia, sempre que nas aulas surge algo neste suporte retém imediatamente a sua atenção.

Outra das vantagens enunciadas prende-se com o facto de ser mais fácil recorrer ao *Geogebra* para realizar construções do que utilizar o quadro com os materiais tradicionais (régua, esquadra, compasso e transferidor).

Por fim, considerou que o recurso às tecnologias permite ao professor servir-se de mais uma estratégia diferente para abordar os conteúdos, possibilitando-lhes obter uma maior diversidade de aulas.

Quando questionada sobre se recorria às tecnologias nas suas aulas, a docente respondeu que apenas recorria aos vídeos e exercícios interativos disponibilizados pela escola virtual, da Porto Editora, como forma de introduzir conteúdos ou para os estudantes praticarem. No entanto, mostrou-se sensibilizada para a utilização das ferramentas tecnológicas em sala de aula, considerando a hipótese de as utilizar mais vezes no futuro. Perante esta opinião tão favorável à adoção e inserção das tecnologias nas aulas, a docente foi questionada acerca do motivo pelo qual não as utilizava mais vezes. Na sua opinião, a extensão e a densidade do Programa de Matemática para o 2º ciclo faz com que não haja tempo para estas novas abordagens, pois sente necessidade de consolidar bem os conteúdos, recorrendo a uma forma mais tradicional. A questão da falta de formação dos professores nesta área não se coloca, na sua perspetiva, considerando que todos têm um conhecimento das ferramentas que existem e que estão à sua disposição.

Em relação ao comportamento dos estudantes durante as aulas em que foi utilizado o *Geogebra* a professora referiu que notou um maior envolvimento e entusiasmo por parte deles. Mais tarde, foi também possível verificar que houve uma boa consolidação dos conteúdos abordados com recurso às tecnologias. A desigualdade triangular e a relação entre o comprimento dos lados e a amplitude dos ângulos internos de um triângulo foram exemplos referidos pela professora. Sempre que os estudantes eram questionados acerca destas propriedades dos triângulos, a referência à aula lecionada com o *Geogebra* aparecia imediatamente. O motivo pelo qual a professora considera que tal aconteceu prende-se com a utilização de um programa que não é comum utilizar-se em sala de aula e que motivou e captou a atenção dos estudantes, favorecendo, por isso, a compreensão e consolidação dos conteúdos.

Considerações finais

De acordo com Christiansen e Walther (1986, citados por Capa, 2015), o processo de ensino e aprendizagem da matemática deve centrar-se na participação ativa dos alunos nas atividades e, preferencialmente, estas devem incluir tarefas que desenvolvam as estratégias cognitivas de exploração, questionamento e construção.

Deste modo, ao propormos atividades do *Geogebra* centradas numa metodologia ativa promovemos o desenvolvimento primordialmente destas estratégias cognitivas de exploração, de questionamento e de construção, notando-se claramente o entusiamo dos estudantes à medida que descobriam por si próprios as propriedades dos triângulos e dos paralelogramos. Através desta estratégia estimulou-se a comunicação matemática e o raciocínio indutivo. Os estudantes ao apresentarem as suas observações e conclusões viram-se obrigados a utilizar uma linguagem correta e precisa, a expor as suas ideias e a justificar os seus raciocínios. Paralelamente, também vestiram por momentos o papel de um investigador, tentando formular conjeturas a partir dos diversos exemplos concretos (por exemplo vários triângulos e paraelogramos diferentes). Tal como afirmam Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, citados por Capa, 2015), são estas atividades que incentivam a formulação de questões e conjeturas, de apresentação de resultados e de argumentação das suas estratégias que ajudam a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, levando o estudante a agir como um matemático.

Tal como referido pelos estudantes nos questionários e pela professor cooperante na entrevista, a manipulação dos instrumentos disponibilizados pelo *Geogebra* permitiu uma melhor compreensão dos conteúdos dando espaço ao desenvolvimento de outras competências matemáticas (Saidón, Bertúa & Morel, 2010, citados por Ramalho & Monteiro, 2016). De facto, a maioria dos estudantes afirmou compreender melhor os conteúdos, visualizar mais satisfatoriamente os exemplos dados pela professor estagiária e pelos colegas, e lembrar-se das aulas do *Geogebra* quando estavam a estudar. Estes factos apontam para o interesse e para a mais-valia que é o professor de matemática recorrer às tecnologias, podendo assim ajudar os estudantes a obterem melhores resultados e a compreenderem melhor os conteúdos.

A própria professora ficou surpreendida com a facilidade e rapidez com que a grande parte dos estudantes compreendeu a desigualdade triangular, a relação entre a amplitude dos ângulos internos e a medida dos lados de um triângulo, a soma da amplitude dos ângulos internos de um quadrilátero, a igualdade dos ângulos e lados opostos num paralelogramo e a relação entre dois ângulos adjacentes ao mesmo lado num paralelogramo.

No decorrer das aulas foi igualmente notório a maior preocupação que os estudantes manifestavam na utilização de uma linguagem mais rigorosa, tentando explicar os seus raciocinios de uma forma mais clara, justificando e argumentando com uma maior mobilização de conhecimentos científicos.

Assim, constatamos que estas atividades também propiciam o desenvolvimento da comunicação matemática.

Contudo, na comparação dos resultados obtidos nos testes das três turmas é de salientar que não houve diferenças muito evidentes nem os estudantes que utilizaram o *Geogebra* se destacaram, apesar de terem afirmado compreender melhor os conteúdos. No entanto, o facto de a investigação se ter desenrolado num colégio onde os estudantes, na sua generalidade, apresentam um aproveitamento escolar muito bom não nos surpreende que tal tenha acontecido.

Tal como diversos estudos evidenciam vantagens da utilização das tecnologias nas aulas de matemática, em particular da geometria, tais como o desenvolvimento da autonomia dos alunos, aumento da sua motivação, formulação de conjeturas e tentativa de provas, permitindo ainda proporciona ambientes de aprendizagem mais atrativos, também nesta investigação chegamos às mesmas conclusões

No entanto, a investigação revestiu-se de algumas limitações. Em primeiro lugar, para que a análise e avaliação dos dados recolhidos fosse mais isenta não deveria ter sido realizada por mim, uma vez que fui eu que planifiquei e lecionei as aulas, elaborei os instrumentos de recolha de dados e procedi ao seu tratamento e análise.

O facto de terem sido apenas três aulas lecionadas nesta metodologia, condiciona a investigação, uma vez que seria desejável que os estudantes tivessem um contacto mais prolongado e frequente com as tecnologias nas aulas de modo a inferir-se com mais rigor qual o seu impacto na aprendizagem. O facto de as atividades terem sido realizadas na sala de aula apenas com a projeção dos materias do *Geogebra* foi outro aspeto que não é considerado ideal. Na verdade, em vez de ser um estudante, e à vez, a manipular o programa, as atividades deveriam ter sido realizadas individualmente ou a pares. Assim, gerava-se uma maior interatividade e os estudantes teriam mais liberdade para manipular o programa e para tirarem as suas conclusões. No entanto, isso exigia que as aulas tivessem decorrido na sala de informática do colégio, o que não foi possível.

No futuro seria interessante alargar o estudo do impacto da utilização do *Geogebra* a outros domínios, como o da álgebra e o da organização e tratamento de dados, prolongando a experiência educativa por um período de tempo mais alargado.

Referências Bibliográficas

Capa, R. (2015). *A aprendizagem de tópicos da circunferência com recurso ao GeoGebra: uma experiência com alunos do 9.º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho.

Coutinho, C. & Junior, J. (2009). Literacy 2.0: Preparing digitally wise teachers. In *IHEPI – Higher Education, Partnership, Innovation*, (pp. 253-261). Acedido 7 de novembro, 2015, disponível em http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/9978/3/SCAN0005.pdf.

Creswell, J. (2003). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches.* London: Sage.

Hohenwarter, M. & Jones, K. (2007). Ways of linking Geometry and Algebra: The case of *Geogebra*. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27, (3), 126-131. Acedido 31 de outubro, 2015, disponível em http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip27-3/BSRLM-IP-27-3-22.pdf.

Koehler, M., & Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge?. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9 (1). Acedido 16 de outubro, 2015, disponível em http://www.citejournal.org/volume-9/issue-1-09/general/what-is-technological-pedagogicalcontent-knowledge/.

Johnson, R., & Onwuegbuzie, A. (2004). Mixed methods research: A research paradigm whose time has come. *Educational Researcher*, 33(7), 14-26.

Ministério da Educação e Ciência (2013). *Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Ministério da Educação e Ciência (2013). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Mishra, P., & Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for integrating technology in teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054. Acedido 15 de outubro, 2015, disponível em http://punya.educ.msu.edu/publications/journal_articles/mishra-koehler-tcr2006.pdf.

Nacional Council of Teachers of Mathematics (2016). Inequalities in Triangles. Illuminations – Resources for teaching lessons. Acedido 10 de janeiro, 2016, disponível em http://illuminations.nctm.org/Lesson.aspx?id=2339.

Niess, M., Ronau, R., Shafer, K., Driskell, S., Harper, S., Johnston, C., Browning, C., Özgün-Koca, S. & Kersaint, G. (2009). Mathematics Teacher TPACK Standards and Development Model. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 4-24. Acedido 15 de outubro, 2015, disponível em http://www.citejournal.org/volume-9/issue-1-09/mathematics/mathematics-teacher-tpack-standards-and-development-model/.

Quivy, R. & Campenhout, L. (2005). *Manual de investigação em Ciências Sociais* (J. Marques, M. Mendes & M. Carvalho, Trad.). (4ª ed). Lisboa: Gradiva. (Obra originalmente publicada em 1995).

Ramalho, R. & Monteiro, F. (2016). Triângulos e paralelogramos com o geogebra no 5.º ano. In C. Mesquita, M. V. Pires & R. P. Lopes (Eds.), *Livro de atas do 1.º encontro internacional de formação na docência, INCTE 2016.* Bragança, Portugal: Instituto Politécnico de Bragança.

Rocha, A., Mota, P. & Coutinho, C. P. (2013). TPACK: Challenges for Teacher Education in the 21st Century. In *Conferencia Internacional de TIC na Educação, Challenges 2013*, (pp. 755-769). Acedido em 24 de outubro, 2015, disponível em http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/14823/1/AuroraPedroCD-ProceedingsISATT2011.pdf.

Sampaio, P. & Coutinho, C. (2013). Teach Mathematics with technology: put into practice a theoretical framework. In R. McBride & M. Searson (Eds.), *Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference 2013* (pp. 4852-4857). Acedido em 10 de janeiro, 2016, disponível em http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/24213/1/Teach%20Mathematics%20with%20technology.pdf.

Sampaio, P. & Coutinho, C. (2014). Integração do TPACK no processo ensino/aprendizagem da Matemática. *Revista Científica de Educação à Distância*, 6(10). Acedido em 12 de outubro, 2015, disponível em https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/32804/1/358-1765-2-PB.pdf.

Silveira, A. & Cabrita, I. (2013). O GeoGebra como ferramenta de apoio à aprendizagem significativa das Transformações Geométricas Isométricas. *Indagatio Didactica*, 5(1), 149-170. Acedido 12 de outubro, 2015, disponível em http://revistas.ua.pt/index.php/ID/article/view/2425/2296.

ANEXOS

Anexo 1 - Ficha de trabalho sobre desigualdade triangular

1)Manipula o triângulo que aparece na página do *Geogebra*.

Escolhe cinco diferentes triângulos e regista, na tabela em baixo, a medida do comprimento de cada lado e a medida da soma do comprimento do lado menor com o lado médio de cada triângulo.

Lado menor	Lado médio	Lado maior	Lado menor + Lado médio

Nota: As medidas aparecem em centímetros (cm)

2)Compara a **medida da soma do comprimento do lado menor com o comprimento do lado médio** de cada triângulo e a **medida do comprimento do lado maior** desse mesmo triângulo.

Descreve o que observas.

3)Com as palhinhas que vão ser distribuídas pela professora tenta construir um triângulo.

O que verificas?

4) Preenche a tabela abaixo com as medidas dos segmentos de reta com os quais tentaste formar cada um dos triângulos.

Segmento menor	**Segmento médio**	**Segmento maior**	**Segmento menor + Segmento médio**

Nota: As medidas aparecem em centímetros (cm)

5) Compara a **medida da soma do comprimento do segmento menor e do segmento médio** de cada "não-triângulo" com a **medida do comprimento do seu segmento maior.** Descreve o que verificas.

6) Faz uma conjetura acerca da relação entre a **medida da soma do comprimento do lado menor com o comprimento do lado médio** de cada triângulo e da **medida do comprimento do seu maior lado.**

Baseia-te nas tuas observações e registos.

7) Será possível haver um triângulo cuja soma da medida do comprimento do lado menor e do lado médio seja **igual** à medida do comprimento do seu lado maior? Justifica.
(Podes recorrer a desenhos)

NOTA:____
____
____
____
_

Anexo 2 – Ficha de trabalho sobre relação entre a amplitude dos ângulos e o comprimento dos lados num triângulo

1)Manipula livremente o triângulo que aparece na página do *Geogebra*.
Tenta encontrar um triângulo escaleno, onde [AB] seja o lado maior e [AC] o menor.

1.1)Descreve a relação entre a localização do maior lado e do ângulo de maior amplitude do triângulo [ABC].

1.2)Descreve a relação entre a localização do menor lado e do ângulo de menor amplitude do triângulo [ABC].

2)Repete o processo anterior para outros triângulos escalenos e regista o que observas.

Ângulo de maior amplitude	Lado oposto (cm)	Outros dois lados (cm)

Ângulo de menor amplitude	Lado oposto (cm)	Outros dois lados (cm)

3)

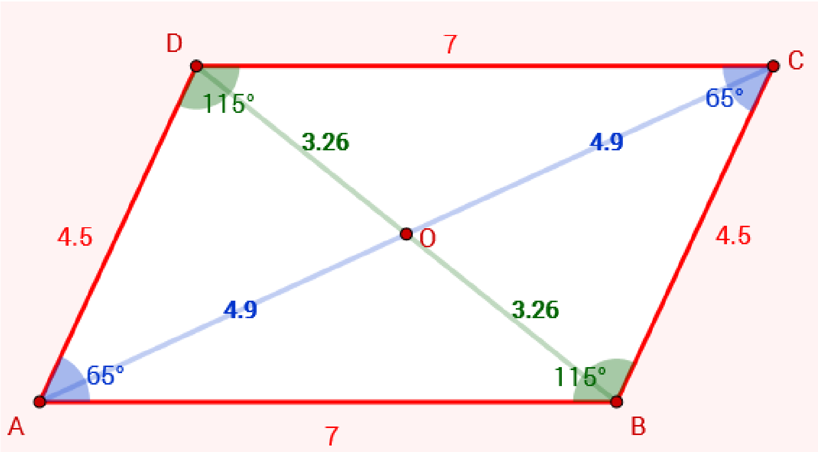
3.1)Faz uma conjetura acerca da relação entre a localização do ângulo de maior amplitude e do lado de maior comprimento. Baseia-te nas tuas observações e registos.

3.2)Faz uma conjetura acerca da relação entre a localização do ângulo de menor amplitude e do lado de menor comprimento. Baseia-te nas tuas observações e registos.

NOTA:____

Anexo 3 – Ficha de trabalho sobre as propriedades do paralelogramo

Considera o quadrilátero [ABCD]:



AB // DC

AD // BC

1)O quadrilátero [ABCD] é um paralelogramo? Justifica.

2)Observa a amplitude de cada um dos ângulos internos.

2.1)O que verificas ao comparar a amplitude dos ângulos opostos?

2.2)O que verificas ao comparar a amplitude dos ângulos adjacentes ao mesmo lado?

3)Observa a medida dos lados. O que verificas ao comparar a medida do comprimento dos lados opostos?

7)Será que as relações que verificaste neste paralelogramo se mantêm para todos os paralelogramos? Manipula o paralelogramo no *Geogebra* e regista os valores observados. No final elabora uma conjetura.

Anexo 4 – Inquérito por questionário sobre a utilização das Novas Tecnologias nas aulas de Matemática

USO DAS NOVAS TECNOLOGIAS NAS AULAS

Para responderes a este breve questionário deves lembrar-te das aulas de Matemática onde foi utilizado o *Geogebra* e outros programas interativos.

As tuas respostas devem ser dadas através de uma escala que vai de 1 a 5.

Nível 1:discordo totalmente **Nível 2**:discordo **Nível 3**: não tenho opinião
Nível 4: concordo **Nível 5**: concordo totalmente

Assinala com um **X** o nível que corresponde à tua opinião sobre cada uma das seguintes afirmações:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**
Com as tecnologias em sala de aula sinto-me mais interessado e motivado.					
Consigo visualizar melhor alguns exemplos quando se recorre às tecnologias.					
Consigo compreender melhor a matéria quando se utilizam as tecnologias.					
Quando estou em casa a estudar lembro-me dos exemplos que foram dados com as tecnologias.					
Gostava que houvesse mais aulas em que as tecnologias fossem utilizadas.					
Sinto-me com vontade de conhecer mais programas/aplicações informáticas que me ajudem a estudar de forma diferente.					
Gostaria que o professor pedisse para resolver exercícios em que fosse obrigatório o uso das tecnologias na sua resolução.					

Por fim, assinala o teu sexo colocando um **X** em masculino ou feminino:

Masculino ___ Feminino ___

OBRIGADA PELA TUA PARTICIPAÇÃO!

Anexo 5 – Guião da entrevista semiestruturada

- Quais as vantagens e desvantagens que considera que existem na utilização das tecnologias no ensino da matemática no 2º ciclo?

- Costuma utilizar nas suas aulas as tecnologias? Quais?
No caso de a resposta ser negativa, ou de o uso não ser frequente: Considera a hipótese de recorrer mais vezes a esta ferramenta? Porquê?

- Notou diferenças no comportamento dos estudantes quando se recorreu à utilização das tecnologias (nomeadamente do *Geogebra*) nas aulas? Quais?

- Qual o impacto na aprendizagem dos conteúdos abordados com as tecnologias? Quais os motivos que considera que contribuíram para esse impacto?

Anexo 6 – Questões do teste de avaliação

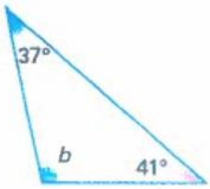
7. Diz, justificando, se é possível construir um triângulo cujos lados tenham os seguintes comprimentos:

7.1. 2 cm, 7 cm e 9 cm.

7.2. 12 cm, 15 cm e 5 cm.

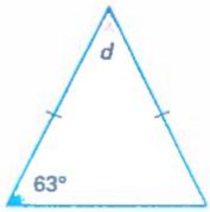
11. Indica a amplitude de cada um dos seguintes ângulos. Apresenta todos os cálculos.

11.1.



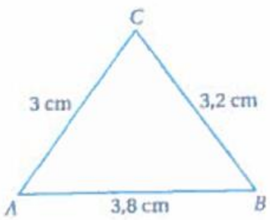
$\hat{b} =$ ____

11.2.



$\hat{d} =$ ____

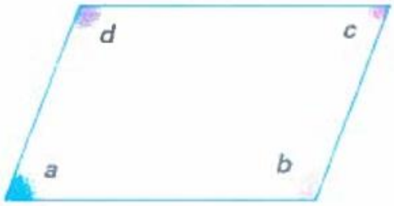
13. No triângulo [*ABC*] indica:



13.1. o maior ângulo:____________________

13.2. o menor ângulo:____________________

16. Na figura está representado um paralelogramo.



16.1. Indica dois ângulos opostos:____________________

16.2. Se $\hat{a} = 50^{\circ}$, determina $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$.